

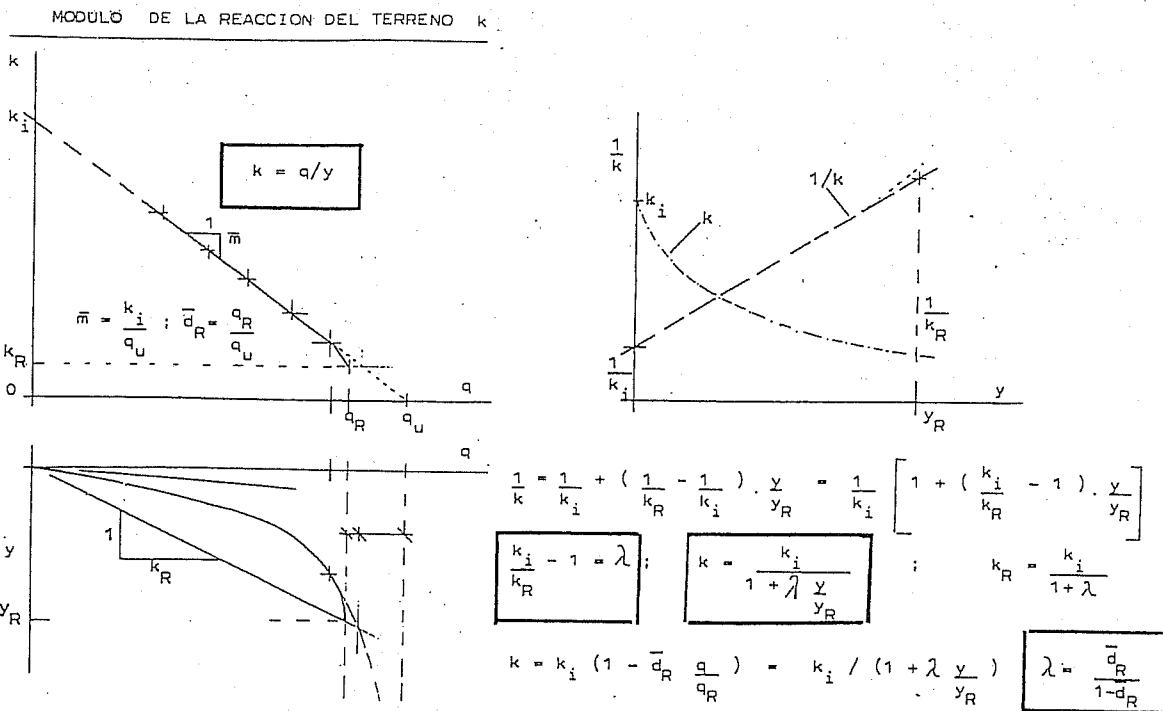
MODULO DE REACCION DEL TERRENO O COEFICIENTE DE BALASTO

1.- El modelo mecánico de Winkler supone que una base rígida que transmite una presión p al terreno se hunde un valor y de igual manera que lo haría en un líquido de peso unitario $k = p/y$. Esta magnitud por sí sola no caracteriza al suelo, sino que depende de las propiedades mecánicas del mismo y de las dimensiones del área cargada. Este tema ha sido tratado en forma completa por Terzaghi (1) considerando un comportamiento lineal $p - y$ ($p/y = cte$). Desde la popularización de los métodos numéricos de cálculo, la introducción de modelizaciones que emplean "apoyos elásticos" - actuando en áreas discretizadas de las estructuras de transferencia de esfuerzos al terreno - ha facilitado el estudio de la interacción suelo-estructura. Es conveniente entonces efectuar un reexamen que permita caracterizar los materiales con relación tensión--deformación no lineal, y extender el concepto de "módulo de reacción del terreno" para su uso mediante procedimientos iterativos de análisis.

2.- El hundimiento de una placa de ancho B y longitud L bajo la acción de una carga Q (se supone $Q/BL = q$ uniformemente distribuida) localizada a una profundidad D en un medio elástico homogéneo de profundidad infinita y módulo de deformación E constante, puede ser estimado mediante la expresión $y = \frac{qB}{E} I_f I_d$ siendo $\bar{E} = E / (1 - \nu^2)$, E módulo lineal de deformación y ν coeficiente de Poisson, I_f coeficiente que tiene en cuenta la forma del área cargada y I_d coeficiente que depende de la relación D/B y de ν . Si se supone una reacción del terreno p bajo la placa igual a q , la relación $p/y = k = \chi E/B$ recibe el nombre de módulo de reacción del terreno, o más comunmente, módulo o coeficiente de balasto.

Si la placa es cuadrada, apoyada sobre la superficie ($D = 0$) y el medio es incompresible ($\nu = 0,5$), $y \cong \frac{qB}{E} \times 0,75 \times 0,9$ por lo que $p/y = \bar{k} \cong 1,5 E/B$. Los ensayos de carga se efectúan con platos de forma cuadrada; en particular, cuando el plato tiene 1 ft de lado (aprox. 30 cm); se lo toma como valor de referencia denominando los módulos respectivos con la notación $\bar{k}_{B=1} = \bar{k}_1$ (la barra sobre la letra k expresa que la superficie cargada es cuadrada). Si el área cargada es rectangular ($L/B = 1$), puede escribirse (1) $p/y = k = \bar{k} \cdot \frac{1 + 0,5}{1,5 \times 1}$ Cuando el área rectangular es muy larga, $k \cong E/B$. Se puede entonces considerar el valor χ tendiendo a 1 cuando se trata de una superficie cargada de longitud infinita, flexible, actuando en la superficie; y tendiendo a 2 cuando el área cargada es relativamente rígida, rugosa y profunda; y el valor de 1 relativamente bajo.

3.- Si se efectúa un ensayo de carga sobre un plato cuadrado y se representan los valores de las cargas unitarias $q=p$ y los hundimientos y , se obtiene un gráfico similar al que se muestra en la fig. 1. Se observa que la relación k depende de la intensidad de la carga $q=p$ aplicada, o si se quiere, de los hundimientos obtenidos. La variación del módulo de reacción del terreno



q : reacción del terreno en contacto con la superficie cargada
 y : desplazamiento de la superficie cargada con la carga específica q

$$k = k_i - \bar{m} p = k_i - \frac{k_i}{q_U} q = k_i \left(1 - \frac{q}{q_U} \cdot \frac{q_R}{q_R} \right) = k_i \left(1 - \frac{\bar{d}_R}{q_R} \frac{q}{q_R} \right)$$

$$k = \frac{q}{y} = k_i - k_i \frac{\bar{d}_R}{q_R} \frac{q}{q_R} \quad q = k_i / \left(\frac{k_i \bar{d}_R}{q_R} + 1/y \right)$$

$$q/y = k_i / \left(1 + k_i \bar{d}_R y / q_R \right) \quad y/q = 1/k_i + \frac{\bar{d}_R}{q_R} y$$

FIGURA 1

con el incremento de las cargas es lineal; la variación con los desplazamientos es hiperbólica. La variación instantánea de las cargas y desplazamientos dp/dy con las cargas es parabólica; la variación con los desplazamientos también. Las expresiones correspondientes se presentan en la misma fig. 1.

4.- Por lo tanto, la hipótesis $p/y = k$ como un valor determinado, sólo puede ser considerado para un cierto valor de p . Significa también que no existe hundimiento y fuera del área cargada. Ambas conclusiones son incorrectas. En efecto, supóngase un tanque metálico circular cargado con un líquido; la delgada chapa metálica del fondo se deforma como un cuenco, con hundimientos mayores en el centro que en los bordes (la relación entre ambos es del orden de $\pi/2$); sin embargo $q = p = cte$, por lo que no puede establecerse un valor p/y único válido para cualquier punto de la fundación. Además, y según esto, un punto de la superficie del terreno fuera del área de apoyo no debería experimentar ningún asentamiento, cosa que es sabido no ocurre. Estas circunstancias son bien conocidas, por lo que el concepto de módulo de reacción del terreno no puede ser utilizado para calcular asentamientos; pero sí para estimar M y Q que se generan en vigas o placas relativamente rígidas que transmiten cargas al terreno. Cuando en los análisis estructurales se introducen apoyos elásticos o resortes equivalentes, la "constante" K del resorte se calcula simplemente multiplicando el área de influencia de cada uno de ellos, A , por k ($K = k \cdot A$). Estos valores se ajustan en función de los desplazamientos correspondientes empleando las expresiones matemáticas presentadas en el párrafo anterior.

5.- En los suelos que no se presenta el fenómeno de debilitamiento por deformación, cuando son sometidos a cargas repetidas se rigidizan aumentando E para iguales niveles de carga. En condiciones no drenadas las deformaciones son exclusivamente debidas a la distorsión; en condiciones drenadas, incluyen el cambio de volumen. Para cada caso, hasta el nivel de la predeformación el módulo resulta aproximadamente semejante al inicial; la fig. 2 representa esquemáticamente la variación de k con la magnitud de la carga p.

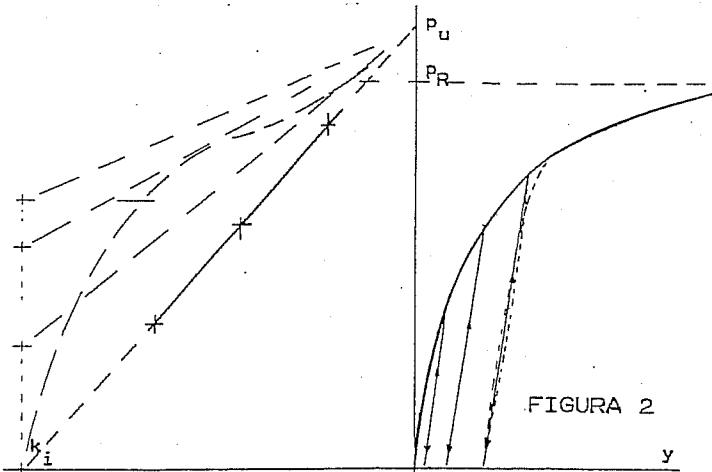


FIGURA 2

iguales niveles de carga. En condiciones no drenadas las deformaciones son exclusivamente debidas a la distorsión; en condiciones drenadas, incluyen el cambio de volumen. Para cada caso, hasta el nivel de la predeformación el módulo resulta aproximadamente semejante al inicial; la fig. 2 representa esquemáticamente la variación de k con la magnitud de la carga p.

6.- El módulo de reacción del terreno k no es una "constante del terreno", sino que depende de las dimensiones y forma del área cargada. Para suelos cohesivos en donde puede considerarse un valor E relativamente constante como suficientemente representativo, el módulo de reacción del terreno disminuye en forma inversamente proporcional al aumento del ancho del área de contacto. En cambio, para suelos incoherentes la reducción no es tan notable, pudiendo ser estimada mediante la expresión propuesta por Terzaghi (1) $k = \bar{k}_1 \cdot \left[\frac{E + 1}{2B} \right]^n$ en donde B se expresa en ft y $\bar{n} = 2$ (Ensayos posteriores han mostrado para varios casos un mejor ajuste con $\bar{n} = 3$).

Para fijar valores, examinemos el caso de una solera horizontal de gran longitud apoyada sobre la superficie de un terreno homogéneo de ancho $B = 1,5 \text{ m}$.

a) Consideremos el caso de un suelo arcilloso, muy compacto, aproximadamente saturado. Los ensayos triaxiales no drenados sobre muestras imperturbadas establecieron que $q_u = 25 \text{ Tn/m}^2$; $E_i = 200 (\sigma_1 - \sigma_3) \pm 30\% = 200 q_u \pm 30\%$, por lo que el valor estadístico reducido es $E_i = 140 q_u$. Entonces $\bar{k}_1 \approx 1,5 E/B$; $\bar{k}_{i1} = 1,5 \times 140 q_u / 30 \text{ cm} = 17,5 \text{ kg/cm}^3$. Si para este suelo \bar{d}_R es del orden de 0,9 y el valor de \bar{k}_1 se lo considera para una carga actuante $q = \frac{1}{2} q_R$, se tiene: $\bar{k}_1 = \bar{k}_{i1} (1 - 0,9 \times \frac{1}{2}) = 0,55 \bar{k}_{i1} = 9,6 \text{ kg/cm}^3$. Para la solera ($l \rightarrow \infty$) $k_{i1} = 1,5 E_i/B \times 1/1,5 = E_i/B = 11,7 \text{ kg/cm}^3$ y $k_1 = k_{i1} \times 0,55 = 6,4 \text{ kg/cm}^3$ por lo que $k = k_1 (30 \text{ cm}/150 \text{ cm}) = 1,3 \text{ kg/cm}^3$. Obsérvese que $\bar{k}_1 (\text{kg/cm}^3)/q_u (\text{kg/cm}^2) = 9,6/2,5 = 3,8$ es más del doble que el valor indicado por Terzaghi (1); esto muestra que en cada caso es necesario evaluar E_i y su variación con la intensidad de p.

b) Consideremos que la solera se apoya en arena. El valor de E aumenta con la profundidad de acuerdo con lo indicado en la fig. 3. Para su evaluación se considera un punto promedio ubicado a una profundidad $z = z_o = 0,75B$. Para una arena muy densa $E_i = C \left(\frac{K_o \delta z}{p_a} \right)^n \cdot p_a = 2100 \left(\frac{1 \times 0,002 \text{ kg/cm}^3 \times 0,75 \times 30 \text{ cm}}{1 \text{ kg/cm}^2} \right)^3 \times 1 \text{ kg/cm}^2 = 750 \text{ kg/cm}^2$; $\bar{k}_{i1} = 1,5 \times 750 / 30 = 37 \text{ kg/cm}^3$. Si $\bar{d}_R = 0,9$ y tomamos $q = q_R/5$, $\bar{k}_1 = (1 - 0,9 \times 1/5) \bar{k}_{i1} = 30 \text{ kg/cm}^3$.

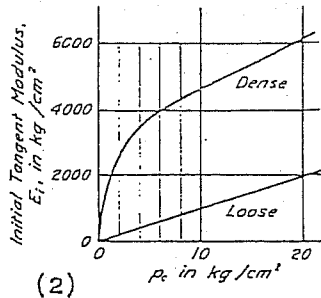
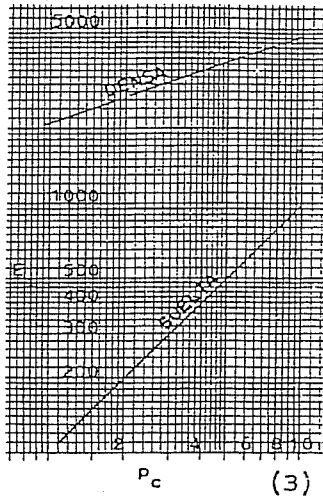


Fig. 15.4. Relation between initial tangent modulus and all-around pressure for sand (after Scheidig 1931).



$$E_i = C \cdot p_a (p_c/p_a)^n$$

A. Densa: $C=2100$; $n=1/3$

A. Suelta $C= 100$; $n=1$

Entonces, $k_h = \frac{30(\text{cm})}{1,5B(\text{cm})} \bar{k}_1$; $\bar{k}_1 = \chi \frac{E_i}{B}$; $\chi = 2$; $E_i/q_u = m'$, se tiene $k_{hi} = \frac{4m' q_u}{3B}$ (siendo $q_u = d_R \cdot \sigma_u$; $E_i/\sigma_u = m$; $m = d_R \cdot m'$). Por ejemplo, si $q_u = 1 \text{ kg/cm}^2$, $m' = 0,7 \times 150$; $B = 50 \text{ cm}$, se tiene $k_{hi} = 4 \times 105 \times 1/3 \times 50 = 2,8 \text{ kg/cm}^3$. Si $d_R = 0,9$ y $p = \frac{1}{2} q_u$, $k_h = 2,8(1 - 0,9 \times \frac{1}{2}) = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ (Los valores recomendados por Terzaghi (1) son del orden de $\bar{k}_1 (\text{kg/cm}^3) = 1,6 q_u (\text{kg/cm}^2)$; en nuestro ejemplo, $\bar{k}_{1L} = \chi E_i/B = 2 \times 105/30 = 7 \text{ kg/cm}^3$. La diferencia radica en que para Terzaghi, $\chi=1,35+1,5$; E no es E_i sino E_{50} con un valor aproximado de $70c_u$).

b) Pilotes embebidos en arenas en donde puede aceptarse que E aumenta con la profundidad. Terzaghi (1) simplificó la expresión para E suponiendo que $E = C \bar{\gamma} z$ y considerando que $k_h = \frac{C \bar{\gamma} z}{1,35 B} = n_h \frac{z}{B}$ siendo n_h la constante de la reacción lateral del terreno. El parámetro n_h es característico del suelo, en cambio k_h es una magnitud que depende de la interacción pilote-suelo. Por ej. , para una arena seca muy suelta con $\gamma_d = 1,35 \text{ Tn/m}^3$ y $C = 100$, se tiene $n_{hi} = 100 \times 0,00135/1,35 = 0,1 \text{ kg/cm}^3$; si la arena está sumergida, $\gamma' = 0,85 \text{ Tn/m}^3$ por lo que $n_{hi} = 100 \times 0,00085/1,35 = 0,063 \text{ kg/cm}^3$. Si la arena es muy densa con $\gamma_d = 1,9 \text{ Tn/m}^3$ y $C = 2100$, se tiene $n_{hi} = 2100 \times 0,0019/1,35 = 2,96 \text{ kg/cm}^3$; si la arena está sumergida ; $\gamma' = 1,18 \text{ Tn/m}^3$; $n_{hi} = 2100 \times 0,00118/1,35 = 1,83 \text{ kg/cm}^3$. Para un cierto valor dado de z/B , n_h varía como varía k_h , o sea según la variación de E/B . Por tanto, puede escribirse $n_h = n_{hi} (1 - d_R \cdot \sigma/\sigma_R)$.

Para la solera $k = \bar{k}_1 \left[\frac{150\text{cm}+30\text{cm}}{2 \times 150\text{cm}} \right]^{\bar{n}}$ Si $\bar{n} = 2$
 $k = 30 \times 0,36 = 10,8 \text{ kg/cm}^2$; Si $\bar{n} = 3$, $k = 30 \times 0,216 = 6,5 \text{ kg/cm}^3$. Si se aplican directamente las expresiones con $B = 1,5\text{m}$, $E_i = 2100(1 \times 0,002 \times 0,75 \times 150)^{1/3} = 1280 \text{ kg/cm}^2$; $k = (1 - 0,9/5) \times 1280/150 = 7 \text{ kg/cm}^3$. Si la arena está sumergida, $\bar{k}_{i1} = 30 \text{ kg/cm}^2$; $\bar{k}_1 = 25 \text{ kg/cm}^3$; $k = 5,8 \text{ kg/cm}^3$.
 Para una arena muy suelta seca $E_i = 200(0,5 \times 0,00145 \times 0,75 \times 30)^{0,8} \times 1 = 7,5 \text{ kg/cm}^2$; $\bar{k}_{i1} = 1,5 \times 1 \text{ kg/cm}^2$
 $\times 7,5/30 = 0,4 \text{ kg/cm}^3$; si $d_R = 1$, $\bar{k}_1 = 0,8 \times \bar{k}_{i1} = 0,3 \text{ kg/cm}^3$; Para la solera, con $\bar{n} = 2$, $k = 0,11 \text{ kg/cm}^3$; con $\bar{n} = 3$, $k = 0,07 \text{ kg/cm}^3$. Si se aplican directamente las expresiones con $B = 1,5 \text{ m}$, $E_i = 200(0,5 \times 0,00145 \times 0,75 \times 150)^{0,8} = 27 \text{ kg/cm}^2$, $k = 0,8 \times 27/150 = 0,14 \text{ kg/cm}^3$. Si la arena está sumergida , $\bar{k}_{i1} = 0,25 \text{ kg/cm}^3$; $\bar{k}_1 = 0,2 \text{ kg/cm}^3$; $k = 0,1 \text{ kg/cm}^3$

7.- Cuando se consideran acciones que producen desplazamientos laterales en los pilotes verticales de ancho B , la reacción lateral del terreno puede cuantificarse de la siguiente manera:

a) Pilotes embebidos en arcillas preconsolidadas en donde se puede aceptar que E es aproximadamente constante e independiente de la profundidad.

tomando $\sigma/\sigma_R \cong p/p_R$. n_h disminuye linealmente con la intensidad de la presión p de contacto y disminuye hiperbólicamente con los desplazamientos laterales;

Para el caso de tablestacas con ficha D , si la penetración es la estrictamente necesaria D' (tablestaca libremente apoyada) ; resulta aproximadamente:

- I) arcillas compactas $k_h \cong \frac{1}{2} E$ (kg/cm²) / D (cm)
- II) arenas $k_h \cong 1/3 \cdot n_h \cdot z_1/D$

Si las tablestacas están empotradas, por debajo de la profundidad D' estrictamente necesaria para el equilibrio (o sea que se desarrolla empuje "contrapasi-vo" en la parte inferior del tablestacado, $D = D' + D''$) puede considerarse:

- I) arcillas compactas $k_h \cong E$ (kg/cm²) / D (cm)
- II) arenas $k_h \cong n_h \cdot z_2/D''$

z_1 es la profundidad del lado del dragado y z_2 del lado del relleno.

8.- Es común manejarse con algunas correlaciones más o menos confirmadas para las condiciones locales; en particular, es muy empleado el valor N que se obtiene en el Ensayo Normal de Penetración. Al solo efecto de situarse en un rango de valores probables, pueden hacerse las siguientes consideraciones:

a) Arenas, y en general suelos incoherentes : Una correlación muy utilizada es la de Gibbs&Moltz, para la cual se tiene; $N = 4$, $D_r = 15\%$ - $N = 10$, $D_r = 35\%$ - $N = 30$; $D_r = 65\%$ - $N = 50$, $D_r = 85\%$. Si estos valores se representan en un gráfico con N en absisas y N/D_r en ordenadas, se obtiene la expresión

$D_r (\%) \cong 100N/23+0,716N$ Si en esta correlación se toman los valores $\bar{k}_{s1} = \bar{k}_1$ presentados por Terzaghi (1) ; se puede escribir $\bar{k}_{s1} = \bar{k}_1$ (kg/cm³) = $0,16/(1/N - 0,015)$. Por ej., para una arena muy densa con $N \geq 50$, resulta \bar{k}_1 (kg/cm³) = $0,16/(1/50 - 0,015) = 0,16/(0,02-0,015) \sim 32$ kg/cm³ .

Para una arena medianamente densa con $N = 20$, $\bar{k}_1 = 0,16/(0,05-0,015) \cong 4,5$ kg/cm³

b) Arcillas, y en general suelos cohesivos : T&P han propuesto q_u (kg/cm²) = αN con α entre $1/8$ y $1/7$, y Terzaghi (1) asume \bar{k}_1 (kg/cm³) $\cong 1,6q_u$ (kg/cm²) por lo que \bar{k}_1 (kg/cm³) = $0,2N$. Por ej., para una arcilla limosa con $N = 20$, se tiene aproximadamente $\bar{k}_1 = 0,2 \times 20 = 4$ kg/cm³ .

Obsérvese que siguiendo esta correlación, tendríamos $q_u = 1,25 \times 20 = 25$ Tn/m² ; si la arcilla limosa respondiera a los parámetros presentados en el ej. del parágrafo 6.-a) , $\bar{k}_1 = 9,6$ kg/cm³ .

Como se ha indicado anteriormente, la diferencia radica en qué valor se toma para E y en qué condiciones de drenaje; si aquí se toma un valor del orden de E_{50} para cargas de larga duración (ensayos consolidados drenados), los valores resultan compatibles. No es necesario repetir el amplio rango de variación que siempre resulta en la estimación de este parámetro de cálculo por lo cual, en los análisis de interacción suelo-estructura siempre es necesario proceder a los exámenes de sensibilidad correspondientes.

REFERENCIAS (1) Terzaghi, K "Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction", Geotechnique, Vol.5, Nº 4, 1955 - (2) T&P, "Soil Mechanics in Engineering Practice" Wiley, 1948 - (3) Núñez, E "Caracterización de Suelos", 8º Cong. SAMS, Neuquén, Argentina, 1984.-