INTERACCION DE ESTRUCTURAS DE HºAº EMBEBIDAS EN SUELOS

E. NUÑEZ - Ingeniero Civil - Profesor UBA - UCA

1.- Una pregunta que siempre se formula quien diseña una fundación constituída por un grupo de pilotes (G) empotrados en un cabezal (C) relativamente rígido es: qué proporción de la carga total (Q_T) es transferida a los pilotes y qué fracción de la misma al cabezal actuando como base aislada? En el caso de un cabezal cuyo plano inferior esté por encima del terreno, la respuesta es obvia. Pero cuando el cabezal está embebido en el terreno, cada parte de la estructura reaccionará con el medio que lo embebe de acuerdo con sus características mecánicas propias.

2.- Si se considera un cabezal actuando en forma aislada como una base rígida apoyada sobre el terreno, el hundimiento puede estimarse de acuerdo con la expresión $\delta_C = 1 / \left[K_{Ci} (1/ Q_C - d_{RC}/Q_{CR})\right]$ (1) en la cual δ_C: asentamiento; K_{Ci}: característica del "resorte equivalente" al origen; Q_C: carga actuando en forma centrada sobre el cabezal que se considera como una zapata aislada; Q_{CR}: el valor correspondiente a "rotura" del suelo sobre el cual se apoya el cabezal, o carga máx. que puede admitir la base; $d_{RC} = Q_{CR}/Q_{CU}$ siendo Q_{CU} el valor "último" de carga para el caso que se cumpla la relación lineal entre $K = Q/\delta$ y Q.

3.- Si se considera un pilote rígido actuando en forma aislada, el hundimiento δ_o puede estimarse con la expresión $\delta_o = 1 / \left[K_{Pi} (1/Q_P - d_{RP}/Q_{PR})\right]$.

4.- Cuando se considera la acción de un grupo de pilotes distribuídos en forma aproximadamente cuadrada y empotrados en un cabezal rígido, el hundimiento puede ser estimado mediante alguna de estas dos expresiones:

a) $\delta/\delta_o = \left[2B(m)/ B(m)+B_o\right]^n$ b) $\delta/\delta_o = r/ 1+\alpha(r-1)$ en donde

B: ancho del grupo; B_o: idem de un pilote ; $B/B_o = r$; n y α : factores que dependen de las características del subsuelo (2).

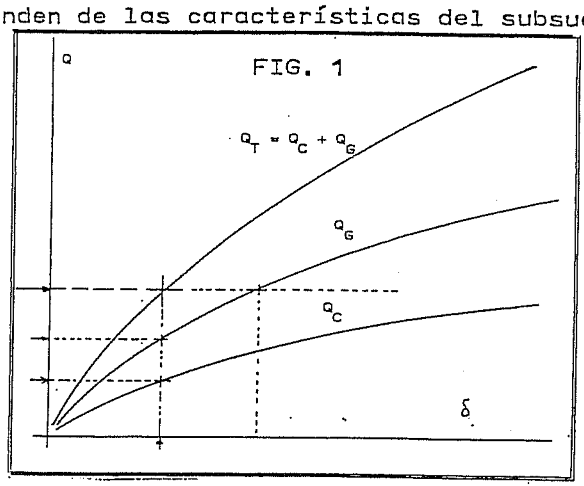


FIG. 1

5.- La carga Q_T que actúa sobre un cabezal sustentado por pilotes provoca un hundimiento $\delta_T = \delta_C = \delta_G$; para este hundimiento, el cabezal por una parte y el grupo de pilotes por la otra, son capaces de admitir cargas cuya suma es igual a $Q_C + Q_G = Q_T$.

Esta expresión puede escribirse tambien

$$\frac{K_{Ci}}{\frac{1}{\delta} + K_{Ci} \cdot d_{RC}/Q_{CR}} + \frac{K_{Gi}}{\frac{1}{\delta} + K_{Gi} \cdot d_{RG}/Q_{GR}} = Q_T$$

lo que conduce a una expresión del tipo $a\delta^2 + b\delta + c = 0$ en donde:

$$a = K_{Ci} \cdot K_{Gi}\left[(d_{RC}/Q_{CR} + d_{RG}/Q_{GR}) - d_{RC}/Q_{CR} \cdot d_{RG}/Q_{GR} \cdot Q_T\right]$$

$b = K_{Ci} + K_{Gi} - (K_{Ci} \cdot d_{RC}/Q_{CR} + K_{Gi} \cdot d_{RG}/Q_{GR})\ Q_T$ $\qquad$ $c = -\ Q_T$

Resolviendo la ecuación se obtiene el hundimiento del conjunto de la fundación y puede calcularse la fracción correspondiente de la carga total que toma respectivamente el cabezal (Q_C) y el grupo de pilotes (Q_G) .

6.- El problema puede resolverse aplicando simplemente la igualdad

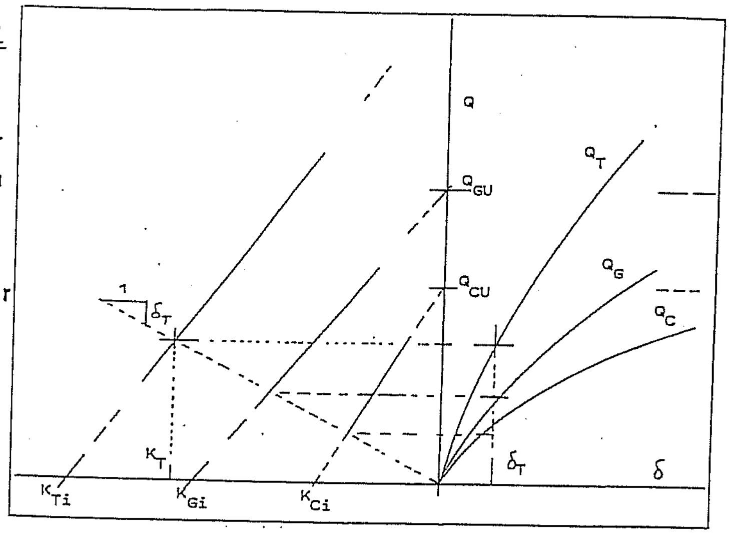
$Q_C + Q_G = Q_T$ dividiendo por δ resulta $K_C + K_G = K_T$ y para

$Q = 0$ $\quad K_{Ci} + K_{Gi} = K_{Ti}$

Con el valor de K_{Ti} se puede calcular

$K_T = K_{Ti}\ (1 - d_{RT} \cdot Q_T/Q_{TR}) = Q_T\ /\ \delta_T$

Conocido el valor δ_T se obtienen los valores de Q_C y Q_G .



Ejemplos de aplicación

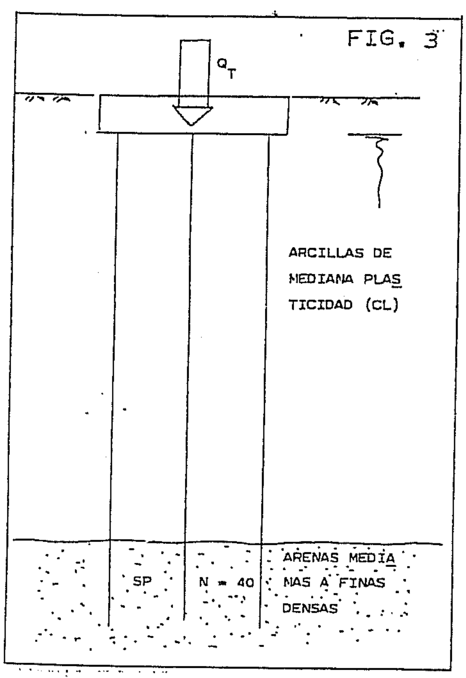


FIG. 3

Consideremos el caso planteado en la FIG. 2 , un cabezal rígido de HºAº, cuadrado, de 5 m de lado. La carga total vertical es de Q_T=600 Tn Se emplean 9 pilotes de HºAº ϕ = 0,4 m los cuales se considerarán rígidos; la separación s = 2 m

CASO I

Se supone que las arcillas CL son blandas a medianamente compactas. N = 4 ; los valores promedios de resistencia a compresión simple han resultado $q_u \cong 5$ Tn/m2

A) Condición no drenada $E_{ui} \cong 150$ kg/cm2

Cabezal actuando en forma aislada:

B_C=5m ; A_C=25m^2 ; d_{RC}=0,9

$K_{Ci} = k_{Ci} \cdot A = 1{,}5\ E_{ui}/B\ \cdot A = 1{,}5 \times 1500/5 \times 25 =$

$= 112{,}5$ Tn/cm

$Q_{CR} = p_{rot} \cdot A = 1{,}2\ (\pi + 2)\ c_u\ A = 6 \times 2{,}5 \times A = 15\text{Tn/m}^2 \times 25\text{m}^2 = 375$ Tn

δ (cm)	0,2	0,5	1	5
Q_C(Tn)	20	50	90	240

Q_{CR}=375Tn ; d_{RC}=0,9

$$Q_C(\text{Tn}) = \frac{112{,}5}{\dfrac{1}{\delta\,(\text{cm})} + 0{,}27}$$

Grupo de pilotes Número: 9 $Q_P = 600/9 = 66{,}7$ Tn La carga de rotura para un pilote individual es aprox. $Q_{PR} = 170$ Tn por lo que el coeficiente de seguridad a rotura $F = 2{,}5$. La especificación para este pilotaje obliga a que el hundimiento del pilote bajo el doble de la carga de servicio ($2Q_{ad}$) expresado en (cm) sea menor a $0{,}025\ Q_{ad}$(Tn), o sea $\delta_{o(2Q_{ad})}$ (cm) $\leq 0{,}025\ Q_{ad}$(Tn) que para este caso resulta aprox. $0{,}025 \times 66{,}7 \cong 1{,}7$ cm por lo que

$K_{(2Q_{ad})} = 2Q_{ad}/\delta \cong 2\times66{,}7/1{,}7 \cong 80$ Tn/cm $= K_{Pi}(1 - d_R . 2Q_{ad}/Q_{PR}) = K_{Pi}(1 - \frac{0{,}9}{F/2})$

$= K_{Pi}\{1 - 0{,}9\times2/2{,}5\}$ $\therefore$ $K_{Pi} \cong 80 / 0{,}28 = 286$ Tn/cm Pero por otra parte $\eta = \delta/\delta_o = [2(2\times2 + 0{,}4) / 4{,}4+0{,}4]^2 = 3{,}36$ ⁝ $\eta = r/1+\alpha(r-1) = 4{,}4/0{,}4)/(1+2) =$

$= 3{,}67$ por lo que $\eta_{prom} = (3{,}36+3{,}67)/2 = 3{,}5$ ($\alpha = 0{,}2$)

resultando $K_{Gi} = N^{o}/\eta \cdot K_{Pi} = 9/3{,}5 \cdot 286$ Tn/cm $\cong 735$ Tn/cm

δ (cm)	0,2	0,5	1	5
Q_G(Tn)	135	300	510	1150

Q_{GR}=1500Tn ; d_{RG}=0,9

$$Q_G(\text{Tn}) = \frac{735}{\frac{1}{\delta(\text{cm})} + 0{,}44}$$

$a = 112{,}5\times735\ (0{,}9/1500 + 0{,}9/375) - 0{,}9/375 \times 0{,}9/1500 \times 600 = 176{,}6$

$b = 112{,}5 + 735 - (735\times0{,}9/1500 + 112{,}5\times0{,}9/375) \times 600 = 421{,}6$ ⁝ $c = -600$

$\delta = (-421{,}6 + (421{,}6^2 + 4\times176{,}6\times600)^{\frac{1}{2}})/ (2\times176{,}6) \cong 1$ cm

$Q_C = 112{,}5/(1/1 + 112{,}5\times0{,}9/375) = 89$ Tn (15%)

$Q_G = 735/(1/1 + 735\times0{,}9/1500) = \frac{511}{600}$ Tn (85%) Q_P 511/9=58 Tn

Resolviendo según 6.- tenemos: $K_{Ti} = K_{Ci} + K_{Gi} = 112{,}5+735 = 847{,}5$ Tn/cm

$K_T = K_{Ti}\ (1 - d_{RT}Q_T/Q_{TR}) = 847{,}5(1 - 0{,}9\times600/1875) = 600$ Tn/cm $= Q_T / \delta_T$

$\therefore$ $\delta \cong 1$ cm valor coincidente con el anterior.

B) Condición drenada $E_i = 60$ kg/cm2

$K_{Ci} = k_{Ci} . A = 1{,}5\times600\text{Tn/m}^2/5\text{m} \times 25\text{m}^2 = 180\text{Tn/m}^3 \times 25\text{m}^2 = 45$ Tn/cm

$Q_{cR} = 0{,}4\times1\text{Tn/m}^3\times5\text{m}\times10\times25\text{m}^2 = 20\text{Tn/m}^2 \times 25\text{m}^2 = 500$ Tn

Si aceptamos iguales parámetros para el grupo de pilotes que los considerados anteriormente, se tiene:

$a = 45\times75\ (0{,}9/500 + 0{,}9/1500) - 0{,}9/500 \times 0{,}9\times1500 \times 600 = 57{,}95$

$b = 45 + 735 - (45\times0{,}9/500 + 735\times0{,}9/1500)\times600 = 466{,}8$ ⁝ $c = -600$

$\delta = -466{,}8 + (466{,}8^2 + 4\times57{,}95\times600)^{\frac{1}{2}} / 2\times57{,}95 = 1{,}13$ cm

$Q_C = 45 / (0{,}9969 + 45\times0{,}9/500) = 46{,}5$ Tn (8%)

$Q_G = 735 / (0{,}8869 + 735\times0{,}9/1500) = \frac{553{,}5}{600}$ Tn (92%) $Q_P = 553{,}5/9 = 61{,}5$Tn

Resolviendo según 6.- tenemos: $K_{Ti} = K_{Ci} + K_{Gi} = 45+735 = 780$Tn/cm

$K_T = 780(1-0{,}9\times600/2000) = 569{,}4 = Q_T/\delta$ $\therefore$ $\delta = 600/569{,}4 \cong 1{,}05$ cm

$Q_C = 45/0{,}949+45\times0{,}9/500 = 43{,}7$ Tn

$Q_G = 735/(0{,}949 + 735\times0{,}9/1500) = \frac{528{,}8}{572{,}5}$ Tn

Observamos que en este caso los asentamientos no son iguales, y que la aplicación

de 6.- conduce a $Q_C + Q_G = 572,5 \neq 600$ Tn . Estas discrepancias pueden ser más notorias para diferentes combinaciones de K_{Ci}/Q_{CR} y K_{Ki}/Q_{GR} .
Las diferencias visualizadas se deben a que los respectivos valores de d_{RT} , d_{RC} y d_{RG} no son iguales. Para poder cumplimentar simultáneamente las dos condiciones: $Q_C + Q_G = Q$ y $K_{Ci} + K_{Gi} = K_{Ti}$ se requiere que los valores $m = K_i / Q_U = d_R . K_i / Q_R$ sean iguales para cada uno de los conjuntos que constituyen el sistema estructural. Para homogeneizar los valores m conviene partir de un valor $d_{RT} = 1$ que conduce al máximo valor de δ . Procediendo de esta forma y aplicando el procedimiento indicado en 6.- que es el más expeditivo, tenemos:

Para la condición No drenada del estrato superior, $m = d_{RT}.K_{Ti}/ Q_{TR} =$
$= (112,5+735) / (375+1500) = 847,5/1875 = 0,452$ Por lo que
$d_{RG} =(1500/735) \times 0,452 = 0,92$; $d_{RC} = (375/112,5) \times 0,452 = 1,51$
$K_T = 847,5(1 - 1\times600/1875) = 576,3 = 600/\delta$ $\therefore \delta = 1,04$ cm
resultando $Q_C = 112,5/(0,9605 + 1,51\times112,5/375) = 79,6$ Tn (13%)
$Q_G = 735 / (0,9605 + 0,92\times735/1500) = \underline{520,4}$ (87%)
600

y para la condición drenada $m = 780/2000 = 0,39$; $d_{RG}=1500\times0,39/735=0,796$
$d_{RC}= 500\times0,39/45 = 4,33$; $K_T= 780(1- 1\times600/2000)\ 546 = 600/\delta$ $\therefore \delta = 1,1$ cm
$Q_C = 45/(0,91 - 45\times4,33/500) = 34,6$ Tn (6%)
$Q_G = 735/(0,91 + 735\times0,796/1500) = \underline{565,4}$ Tn (94%)
600

Se observa que a largo plazo la fundación experimenta un descenso adicional y la carga se transfiere en mayor grado al pilotaje.

CASO II

Se supone que las arcillas CL son compactas. N = 12 ; los valores promedio de resistencia a compresión simple resultaron $q_u = 15$ Tn/m^2 . Para este caso se ha considerado $E_i = 300\ q_u = 4500$ Tn/m2 ; $K_{Ci} = 1,5\times4500\times25/5 = 337,5$ Tn/cm. Para un pilote indivicual se ha tomado $K_{Pi} = 400$ Tn/cm El factor de amplificación de asentamiento del grupo respecto del pilote individual se lo ha estimado $\eta = \delta/\delta_o = (8,8/4,8)^3 = 6,16$; $\eta = \delta/\delta_o = 11/(1+0,1\times10) = 5,5$; $\eta_{prom} = 5,8$
$K_{Gi} = 9\times400/5,8 = 620$ Tn/cm ; $Q_{CR} = 1,2\times7,5\times(+2)\times25 = 1160$ Tn ; $Q_{GR} = 2000$ Tn
$K_{Ci} + K_{Gi} = K_{Ti} = 337,5+620 = 957,5$; $Q_{CR} + Q_{GR} = 1160+2000 = 3160$ Tn $= Q_{TR}$
$m = d_{RT}.\ K_{Ti}/Q_{TR} = 1 \times 957,5/3160 = 0,303$
$d_{RC} = 1160 \times 0,303 / 337,5 = 1,04$; $d_{RG} = 2000 \times 0,303 / 620 = 0,977$
$K_T = 957,5(1 - 1\times600/3160) = 775,7$ Tn/cm $= Q_T/\delta$; $\delta = 600/775,7 \cong 0,77$ cm
$Q_C = 337,5/(1,293 + 1,04\times337,5/1160) = 211,5$ Tn (35%)
$Q_G = 620 / (1,293 + 0,977\times620/2000) = \underline{388,5}$ Tn (65%)
600

Verificando con el método indicado en 5.- :
$a = 337,5\times620\ (1,04/1160 + 0,977/2000) - 1,04/1160 \times 0,977/200 \times 600 = 235$
$b = 337,5 + 620 - (337,5\times1,04/1160) + (620\times0,977/2000)\ 600=593,9$; $c = -600$

$\delta = (-593,9 + (593,9^2 + 4\times235\times600)^{\frac{1}{2}} / 2\times235 \cong 0,77$ cm

Se observa ahora que el cabezal, apoyando sobre suelos compactos, toma aproximadamente 1/3 de la carga total . Los asentamientos se han reducido en forma apreciable respecto del caso anterior.

CASO III

Se supone que las arcillas son muy compactas a duras $N \cong 30$; el promedio de valores de resistencia a compresión simple es $q_u = 40$ Tn/m^2 . Los valores del módulo inicial son del orden de $E_i = 1500$ kg/cm2 , por lo cual, y aproximadamente, $K_{Ci} = 1,5\times15000\times25/5 = 1125$ Tn/cm . Se ha considerado para este caso $K_{Pi} = 600$ Tn/cm y el factor de amplificación $\eta = 7,8$ por lo que $K_{Gi} = 9\times600/7,8 = 690$ Tn/cm ; $Q_{CR}=6\times20\times25=3000$Tn ; $Q_{GR} = 9\times270 = 2430$ Tn

Entonces $K_{Ci} + K_{Gi} = 1125 + 690 = 1815$ Tn/cm $= K_{Ti}$

y $Q_{CR} + Q_{GR} = 3000 + 2430 = 5430$ Tn $= Q_{TR}$

$K = 1815 (1 - d_{RT}\ Q_T/Q_{TR}) = 1815(1 - 600/5430)=1614,5=Q_T / \delta \therefore \delta = 0,37$ cm

$m = 1 \times 1815/5430 = 0,334$; $d_{RC}=3000\times0,334/1125=0,891$; $d_{RG}=2430\times0,334/690=1,177$

$Q = 1125/(2,69 + 1125\times0,891/3000) = 371,9$ Tn ((62%)

$Q = 690/ (2,69 + 690\times1,177/2430) = \underline{228,1}$ Tn (38%)

600

Para este caso el cabezal toma aproximadamente el 62% de la carga total. El asentamiento de la fundación con pilotes es aprox. el 70% del que experimentaría una base rígida de iguales dimensiones que el cabezal.

Cuando se emplea un valor $d_R > 1$, $Q_{\text{máx}}$ de cálculo es siempre menor que Q_R, ya que $Q_{\text{máx.cálc.}} = Q_R/d_R$. Tomar $d_{RT}=1$ significa considerar un valor alto de δ_T; cuando el módulo E_i del suelo en contacto con el cabezal es muy bajo, $d_{RC} \gg 1$ resultando una subvaloración del aporte del cabezal a la capacidad de carga del conjunto. Pero globalmente, este error de ajuste es el menor.

Este análisis puede extenderse a fundaciones superficiales rígidas existentes cuando se agregan cargas adicionales importantes; mediante un pilotaje de submuración puede no solamente ampliarse la capacidad de carga sino también limitarse los asentamientos adicionales correspondientes.

REFERENCIAS

(1) NUÑEZ, E. Artículos colectados en Boletines de la SAMS 1996-97 (2) "Esfuerzos y Deformaciones en Problemas de Interacción" 1er Congreso Paraguayo de Ingeniería Geotécnica I COPAINGE, Asunción (1997) .-