

BASES CIMENTADAS EN ARENAS

Introducción

En la "Geotechnical Special Publication Nº 41" de la ASCE titulada "Predicted and Measured Behavior of Five Spread Footings on Sand" y editada por Jean-Luis BRIAUD & Robert M. GIBBENS, (1), se presenta el Informe Final sobre el comportamiento de 5 bases cuadradas cimentadas en arena. Esta investigación, de enorme interés técnico, fué llevada a cabo en la Universidad de Texas; previamente, los autores citados habían invitado a varios especialistas a presentar su predicción sobre la magnitud de los asentamientos que experimentarían estas bases sometidas a cargas verticales crecientes hasta valores que pueden ser denominados corrientemente como "de rotura". A dichos "predictores" se les había enviado la información disponible sobre las características geotécnicas del subsuelo. Entre las 31 respuestas recibidas y su comparación con los resultados realmente medidos se puede concluir que existe - aún para este problema presumiblemente simple y aparentemente "resuelto" en la geotécnica - una gran dispersión de valores. En lo que sigue se hacen algunas consideraciones sobre los resultados obtenidos y los que hubieran podido preverse siguiendo la teoría del autor incluida en artículos anteriores, (2); desde ya que no se trata aquí de una predicción Clase A, puesto que ahora se trabaja sobre resultados conocidos. Además, se hace un reexamen de las fórmulas para el cálculo de la carga de rotura con el objeto de evaluar la influencia del tamaño del área cargada y de la profundidad relativa del plano de cimentación sobre un único término de capacidad de carga $N_{\alpha q}$.

Los datos

La información geotécnica distribuida incluía los resultados de los estudios efectuados empleando prácticamente todas las metodologías de investigación del terreno actualmente disponibles. La localización de las determinaciones y la ubicación de las bases se muestra en la FIG. 1. En el análisis que sigue a continuación se emplearán solamente los resultados de los ensayos SPT y triaxiales drenados efectuados sobre muestras remoldeadas a

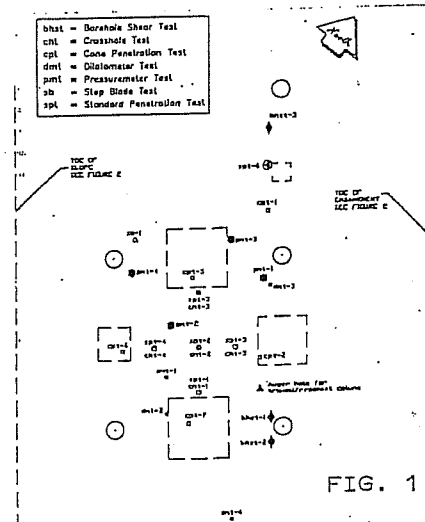
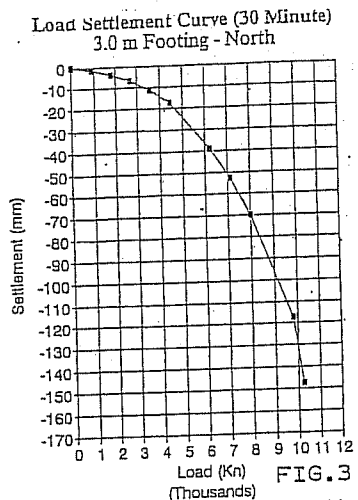
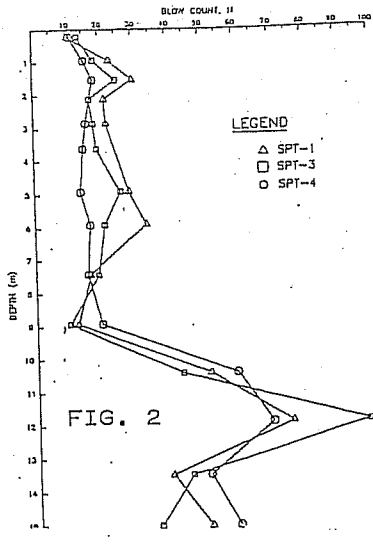
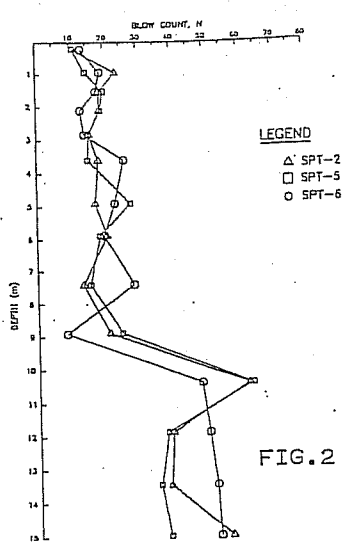
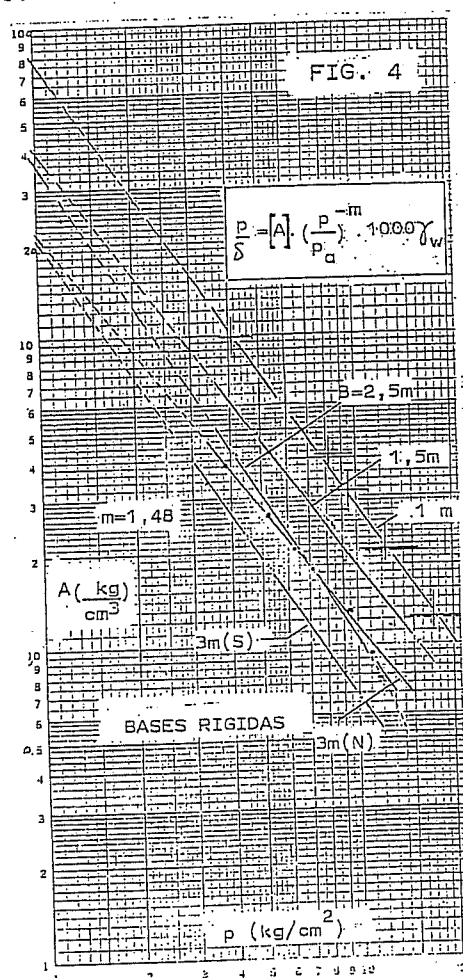


FIG. 1

una densidad similar a la del terreno. Los resultados de los ensayos SPT se presentan en la FIG. 2. Adicionalmente, la información describía a la arena como fina limosa, con una humedad original del orden del 5%, un peso unitario aproximado de $\gamma = 1,55 \text{ Tn/m}^3$ y ϕ' entre 34° y 36° . Las bases son cuadradas, de 3 - 2,5 - 1,5 y 1 metros de lado. La profundidad D_f de cimentación era en todos los casos de aproximadamente 0,75 m. Para el desarrollo de los cálculos que siguen se ha tomado $N = 20$ y un ángulo de fricción interna $\phi' = 35^\circ$. La información de las deformaciones obtenidas luego de 30 minutos de aplicadas las cargas se presentó en gráficos similares al de la FIG. 3



En la FIG. 4 se presentan los resultados obtenidos para todas las bases; se ha preferido relacionar las presiones y los hundimientos en un gráfico $\log p/\delta - \log p$ con el objeto de mostrar la tendencia de los valores experimentales a ser expresados mediante alguna ley de formulación algebraica simple. Las cargas requeridas para producir en cada una de las bases hundimientos de 25 mm y de 150 mm se incluyen por separado en la Tabla I.



Las estimaciones del Autor

Se han empleado las siguientes expresiones:

$$D_r (\%) = \frac{100 N}{23 + 0,716N} ; E_i = C \left(\frac{\bar{\sigma}_c}{p_a} \right)^n \cdot p_a$$

$$100 + 2000 D_r^2 \leq C \leq 100 + 2000 D_r \quad (Ref. 2)$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} (D_r - 1)^2 \leq n \leq 1 - \frac{2}{3} D_r$$

$$K_o \cdot \bar{\sigma}_{ov} \sim \bar{\sigma}_c \sim \frac{(1 + 2K_o)}{3} \cdot \bar{\sigma}_{ov}$$

$$p/\delta = k = k_i (1 - d_R \cdot p/p_R) ; k = \times E/B$$

$$k_i = \times E_i/B ; \quad p = k_i / (d_R \cdot k_i/p_R + 1/\delta)$$

$$D_r = 100 \times 20 / (23 + 0,716 \times 20) \cong 55\% ; C = \frac{1}{2} [(100 + 2000 \times 0,55^2 + 100 + 2000 \times 0,55)]$$

$$C = 952,5 ; n = \frac{1}{2} [0,33 + 0,66(0,55 - 1)^2 + (1 - 0,66 \times 0,55)] = \frac{1}{2} (0,4683 + 0,6333)$$

$$n = 0,55 \text{ (valores medios estimados para } C \text{ y } n \text{).}$$

Para el uso de las fórmulas de capacidad de carga se han tenido en cuenta las expresiones de TERZAGHI (3); MEYERHOFF (4) empleando para los cálculos de la primera aproximación el resumen de BRINCH HANSEN (5). Para la arena medianamente densa se ha empleado un valor $d_R = 0,8$ (Ref. 2).

Una primera aproximación

Para una primera aproximación se han empleado las expresiones de Hansen:

En la fórmula general $p = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma} s_{\gamma} d_{\gamma} + \gamma D_f N_q s_q d_q$, $N_{\gamma} = 33,3; N_q = 40,7$;

considerando además $K_0 \sim 1$; $D_f \sim 55\%$; $C \sim 952$; $n \sim 0,55$...

$$B = 3 \text{ m} \quad E_i = 952 \left[\frac{1,55 (0,75 + 0,75 \times 3) 1}{10} \right]^{0,55} = 625 \text{ kg/cm}^2$$

$$k_i = 1,5 \times 625/300 = 3,126 \text{ kg/cm}^3$$

$$P_R = 7,95 + 5,53 = 13,5 \text{ kg/cm}^2$$

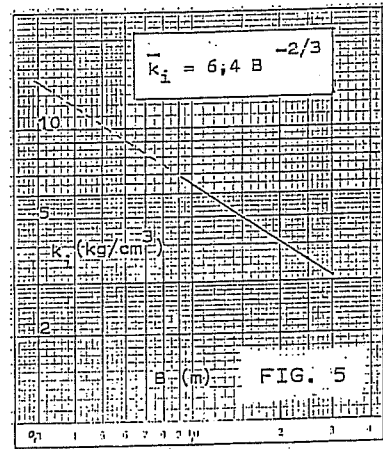
$$\delta = 2,5 \text{ cm} \quad P_{2,5} = \frac{3,126}{0,8 \times \frac{3,126}{13,5} + \frac{1}{2,5}} = 5,34 \text{ kg/cm}^2$$

$$Q_{2,5} = 5,34 \times 90000 \times \frac{10}{9,81} = 4900 \text{ kN}$$

$$\delta = 15 \text{ cm} \quad P_{15} = \frac{3,126}{0,8 \times \frac{3,126}{13,5} + \frac{1}{15}} = 12,41 \text{ kg/cm}^2$$

$$Q_{15} = 12,41 \times 90000 \times \frac{10}{9,81} = 11380 \text{ kN}$$

Procediendo de igual manera; se han calculado los valores correspondientes de la carga Q necesaria para provocar hundimientos de 2,5 cm. y 15 cm. en las otras bases de lado 2,5 m., 1,5 m y 1 m. Los respectivos valores aparecen en la Tabla I con la denominación "valores que resultan de estas estimaciones". La variación del coeficiente vertical de la reacción del terreno (o coeficiente de "balasto" vertical) inicial k_i en función del tamaño de las bases respectivas se muestra en la FIG. 5



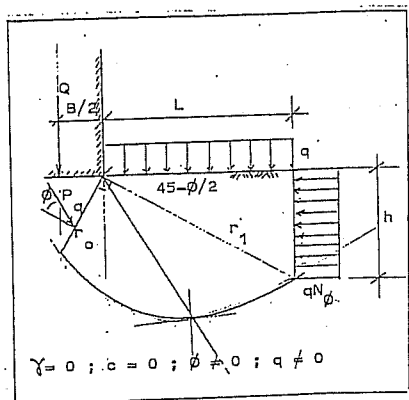
Comparación de los resultados

En la Tabla I se presentan los resultados de los valores realmente medidos, y los máximos y mínimos de las "predicciones" presentadas; la dispersión es en algunos casos muy considerable. En cuanto a los valores que resultan de estas estimaciones, en general son razonablemente buenos para la estimación de la carga $Q_{2,5}$ que provoca el hundimiento de 2,5 cm (1"); se mantienen dentro de una buena estimación la carga Q_{15} que provoca un hundimiento de 15 cm pero solamente para las bases "grandes" - 2,5 y 3 m de lado - y no para las "chicas" - 1 y 1,5 m de lado - en donde la diferencia es inaceptable. Esto se debe a la aparente paradoja que la "capacidad de carga a rotura" de las bases pequeñas parecería ser mayor que la correspondiente a las bases más grandes. Esta circunstancia aparece en forma clara en el gráfico de la FIG. 4. El gráfico muestra que para un dado valor de p la relación p/δ disminuye a medida que el tamaño de la base aumenta (o lo que es lo mismo, el hundimiento aumenta para la misma carga unitaria sobre la base cuando el tamaño de la misma aumenta) y esta evidencia experimental concuerda con lo que puede esperarse teóricamente. Pero en el mismo gráfico no se observa una marcada curvatura en los registros de las bases "chicas" para al-

tos valores de p , lo que indicaría que el valor de "rotura" está próximo.

Un reexamen de las fórmulas de capacidad de carga

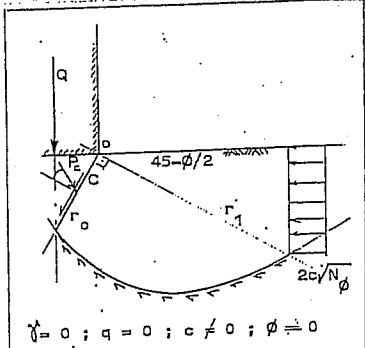
Lo anterior sugiere la conveniencia de efectuar un reexamen de las fórmulas de



$$\begin{aligned} \gamma &= 0 \\ c &= 0 \\ \phi &\neq 0 \\ q &\neq 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} h &= r_1 \cdot \cos(45+\phi/2) = r_0 \cdot e^{\frac{1}{2}\pi \operatorname{tg} \phi} \cdot \cos(45+\phi/2) = \frac{1}{2} B \\ L &= r_1 \cdot \operatorname{sen}(45+\phi/2) = \frac{1}{2} B \sqrt{N_q} \cdot e^{\frac{1}{2}\pi \operatorname{tg} \phi} ; \sqrt{N_q} = \operatorname{tg}(45+\phi/2) \\ P_q \cos \phi \cdot \frac{1}{2} r_0 &= \frac{1}{2} q (L^2 + N_q \cdot h^2) \\ P_q \cos \phi \cdot \frac{B}{4 \cos(45+\phi/2)} &= q \cdot \frac{B^2}{4} \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \phi} \cdot N_q \\ P_q &= \frac{\cos(45+\phi/2)}{\cos \phi} \cdot q \cdot B \cdot N_q \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \phi} ; Q_q = 2P_q \cos(45-\phi/2) = BN_q e^{\pi \operatorname{tg} \phi} q \\ Q_q / B &= P_R = N_q \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \phi} \cdot q ; P_R = N_q \cdot q ; \quad \boxed{N_q = N_q \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \phi}} \end{aligned}$$

capacidad de carga dentro del análisis general de una teoría de equilibrio límite comúnmente empleada para este caso. La hipótesis convencional emplea

la espiral logarítmica para el análisis del comportamiento de un material sin peso y sin cohesión pero actuando una sobrecarga sobre la superficie contigua al á

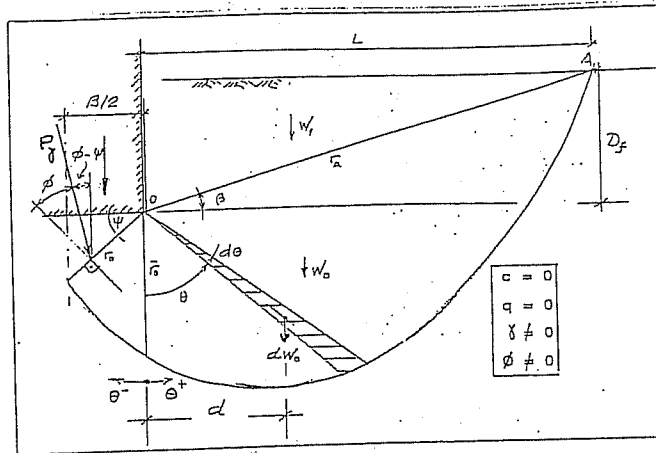


$$\begin{aligned} \gamma &= 0 \\ q &= 0 \\ c &\neq 0 \\ \phi &\neq 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} r &= r_0 \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \phi} ; r_0 = \frac{B}{2B \cos(45+\phi/2)} ; r_1 = r_0 \cdot e^{\frac{1}{2}\pi \operatorname{tg} \phi} \\ h &= r_0 \cdot e^{\frac{1}{2}\pi \operatorname{tg} \phi} \cdot \cos(45+\phi/2) \\ P_c \cos \phi \cdot \frac{1}{2} r_0 &= \frac{r_1^2 - r_0^2}{2 \operatorname{tg} \phi} \cdot c + 2c \sqrt{N_q} \cdot \frac{1}{2} h^2 = \\ &= \frac{B \cos \phi}{2 \cos(45+\phi/2)} \cdot \left(\frac{e^{\pi \operatorname{tg} \phi} - 1}{\operatorname{sen} \phi} + e^{\pi \operatorname{tg} \phi} \right) \cdot c \\ P_c &= \frac{B \left[e^{\pi \operatorname{tg} \phi} (1 + \operatorname{sen} \phi) - 1 \right]}{2 \cos(45+\phi/2) \operatorname{sen} \phi} \cdot c \\ Q_c &= 2P_c \cos(45-\phi/2) + 2c r_0 \cos(45-\phi/2) = \\ &= \left[\frac{2B}{2} \frac{e^{\pi \operatorname{tg} \phi} (1 + \operatorname{sen} \phi) - 1}{\cos(45+\phi/2) \cdot \operatorname{sen} \phi} \right] \cdot \operatorname{sen}(45+\phi/2) + B \operatorname{tg}(45+\phi/2) \cdot B \cdot c \\ Q_c / B &= P_R = c \cdot N_c \\ N_c &= \frac{\operatorname{tg}(45+\phi/2) \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \phi} \cdot (1 + \operatorname{sen} \phi) - \operatorname{tg}(45+\phi/2) + \operatorname{tg}(45+\phi/2)}{\operatorname{sen} \phi} = \\ &= \operatorname{ctg} \phi \left[N_q \cdot \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{\cos \phi \cdot \operatorname{tg}(45+\phi/2)} - \frac{\operatorname{tg}(45+\phi/2)(1 - \operatorname{sen} \phi)}{\cos \phi} \right] \\ \boxed{N_c} &= \operatorname{ctg} \phi (N_q - 1) ; \quad \boxed{N_q} = N_q \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \phi} \end{aligned}$$

rea cargada; de un material sin peso y con cohesión subyacente al área de carga. El cálculo se efectúa para una base de ancho B y longitud infinita y el centro O de la espiral en coincidencia con uno de los bordes con figura de rotura simétrica. La simbología es la empleada por Terzaghi (3) y el desarrollo de las expresiones sólo requiere el uso del álgebra.

Cuando se introduce la acción del peso del material friccional, se considera conveniente efectuar el análisis sobre una figura de rotura compatible con las anteriores y espirales con centros localizados en el mismo punto O que para los casos anteriores. El desarrollo algebraico conduce a una expresión unitaria para el término de carga que tiene en cuenta el peso propio del material subyacente a la faja cargada y la sobrecarga del suelo circundante, denominado ahora $N_{\gamma q}$.

Cuando $\psi = \phi$ los valores correspondientes pueden tomarse de la FIG. 6. Empleando los valores pertinentes a los casos que se analizan, no se observa diferencias sustanciales en el cálculo de la capacidad de carga a rotura. Por ej., en la primera aproximación empleando las expresiones de Hansen para el caso de la base cuadrada de 1 m de lado resulta $p_R \approx 26,5+62,1 = 89 \text{ Tn/m}^2$



Empleando el término $N_{\gamma q}$ resulta:

$$q_R = 0,4 \gamma B N_{\gamma q} = 0,4 \times 1,55 \times 1 \times 140 = 87 \text{ Tn/m}^2$$

La evidencia experimental indica que el valor de "rotura" es apreciablemente mayor que los valores obtenidos de las fórmulas.

El método de cálculo comunmente empleado

Para el cálculo de la capacidad de carga de zapatas cimenta-

das en arena se emplea co-

munmente las recomendacio-

nes de Peck, quien aconse-

ja limitar la presión ad-

misible de tal manera que

los hundimientos no supe-

ren el valor aproximado

de 1" (2,5 cm). Para el

caso que estamos conside-

rando, este valor resulta

del orden de 2,2 kg/cm².

Sin embargo, extrapolarlo

en la FIG. 4 (en la cual

se han representado todos

los valores experimenta-

les realmente medidos),

los hundimientos para el

valor $p = 2,2 \text{ kg/cm}^2$ son:

Base 1 m, 0,1 cm ; Base

1,5 m, 0,17 cm ; Base 2,5

m, 0,2 cm ; Base 3 m(N),

0,28 cm y Base 3 m(S),

0,37 cm. Estos guarismos son muy inferiores a los esperados según la recomen-

dación anteriormente indicada.

Hay que tener en cuenta que las fórmulas de cálculo son muy sensibles a la varia-

ción de ciertos parámetros como ζ y ϕ' . Por ej., si para la arena que se está

considerando se toma un peso unitario con un alto grado de saturación - digamos

1,85 á 1,90 Tn/m³ - la capacidad de carga de cálculo se aumenta en aprox. un 20%.

Por otra parte, si las condiciones de deformación se aproximan a las que corres-

ponden a la condición plana, se debería emplear $\phi_p \cong 1,1 \phi_{\text{Triax}}$. El impacto de

estas variables se ve claro presentando la cuenta del párrafo anterior con los

siguientes valores: $q = 0,4 \times 1,9 \times 1 \times 250 = 190 \text{ Tn/m}^2$. La evidencia experi-

$$r = \bar{r}_o e^{\theta \tan \phi} \quad \alpha = \psi - \phi \quad ; \quad L = D_f / \tan \beta \quad ; \quad \theta_1 = \psi - 90 \quad ;$$

$$r_o = \frac{B}{2 \cos \psi} = \bar{r}_o e^{\theta_1 \tan \phi} \quad \bar{r}_o = \frac{B}{2 \cos \psi e^{\theta_1 \tan \phi}} \quad \theta_2 = 90 + \beta$$

$$dM_o = dW \cdot d = \frac{1}{2} \gamma r^2 d\theta \cdot \frac{2}{3} r \sin \theta = \frac{1}{3} \gamma r^3 \sin \theta d\theta =$$

$$= \frac{1}{3} \gamma \bar{r}_o^3 e^{3\theta \tan \phi} \sin \theta d\theta$$

$$M_o = \frac{1}{3} \gamma \bar{r}_o^3 \int_{\theta_1}^{\theta_2} e^{3\theta \tan \phi} \sin \theta d\theta = \frac{1}{3} \gamma \frac{B^3}{8 \cos^3 \psi e^{3\theta_1 \tan \phi}} \cdot \chi$$

$$\chi = \left[\frac{e^{3\theta \tan \phi} (3 \tan \phi \sin \theta - \cos \theta)}{9 \tan^2 \phi + 1} \right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$M_1 = W_1 \frac{L}{3} = \frac{1}{2} \gamma D_f \frac{L^2}{3} = \frac{\gamma B^3 (D_f/B)^3}{6 \tan^2 \beta}$$

$$P_o \cdot \cos \phi \frac{B}{3 \cos \psi} = P_o \frac{B \cos \phi}{3 \cos \psi} = M_o + M_1$$

$$P_o = \frac{\cos \psi \gamma B^2}{\cos \phi} \left\{ \frac{e^{3\theta \tan \phi} (3 \tan \phi \sin \theta - \cos \theta)}{4 \cos^3 \psi e^{3\theta_1 \tan \phi} (9 \tan^2 \phi + 1)} \right\}_{\theta_1}^{\theta_2} + \frac{(D_f/B)^3}{\tan^2 \beta}$$

$$Q_R = 2 P_o \cos \alpha - \frac{1}{2} \gamma \frac{B^2}{2} \tan \psi \quad ; \quad q_R = Q_R/B = \frac{1}{2} \gamma B \cdot N_{\gamma q}$$

$$N_{\gamma q} = \frac{2 \cos \psi \cos(\psi - \phi)}{\cos \phi} \left\{ \frac{e^{3\theta \tan \phi} (3 \tan \phi \sin \theta - \cos \theta)}{4 (9 \tan^2 \phi + 1) \cos^3 \psi e^{3\theta_1 \tan \phi}} \right\}_{\theta_1}^{\theta_2} + \frac{(D_f/B)^3}{\tan^2 \beta} - \tan \psi / 2$$

$$\sin \beta = D_f / r_A \quad ; \quad r_A = \bar{r}_o e^{(90 + \beta) \tan \phi} = \frac{B e^{\frac{1}{2} \tan \phi} e^{\theta \tan \phi}}{2 \cos \psi e^{\theta_1 \tan \phi}}$$

la relación D_f/B (en este caso de $D_f/B = 0,75m/1m = 0,75$ se pasa a $D_f/B = (0,75 + 0,15)/1m = 0,9$) aumenta $N_{\gamma q}$:

Tabla I

B(m)	Q(kN)			3	
	1	1,5	2,5	S	N
Q _{2,5cm}	670	1400	3490	4900	
	1100-59	2590-116	4300-295	4780-407	14668-415
	(850)	(1500)	(3600)	(4500)	(5200)
Q _{15cm}	1020	2410	7330	11380	
	3965-200	5165-422	14980-1086	27945-1326	25740-1502
	(1740)	(3400)	(7100)	(9000)	(10250)

_____ Valores que resultan de estas estimaciones
 □ Valores máx. y mín. previstos por los 31 predictores
 () Valores medidos en los ensayos de campo

Por otra parte, si la capa freática asciende, las consecuencias en la capacidad de carga y en los asentamientos son muy apreciables. Por ej., repitiendo el cálculo para la base $B = 3 m$, tendríamos $B = 3 m$; $\gamma = 0,9 Tn/m^3$; $\phi' = 35^\circ$
 $N_{\gamma q} = 92$

$$E_i = 950 \left[\frac{0,9(0,75m+0,75 \times 3m)}{10} \right]^{0,55} \times$$

$$\times p_a = 460 \text{ kg/cm}^2$$

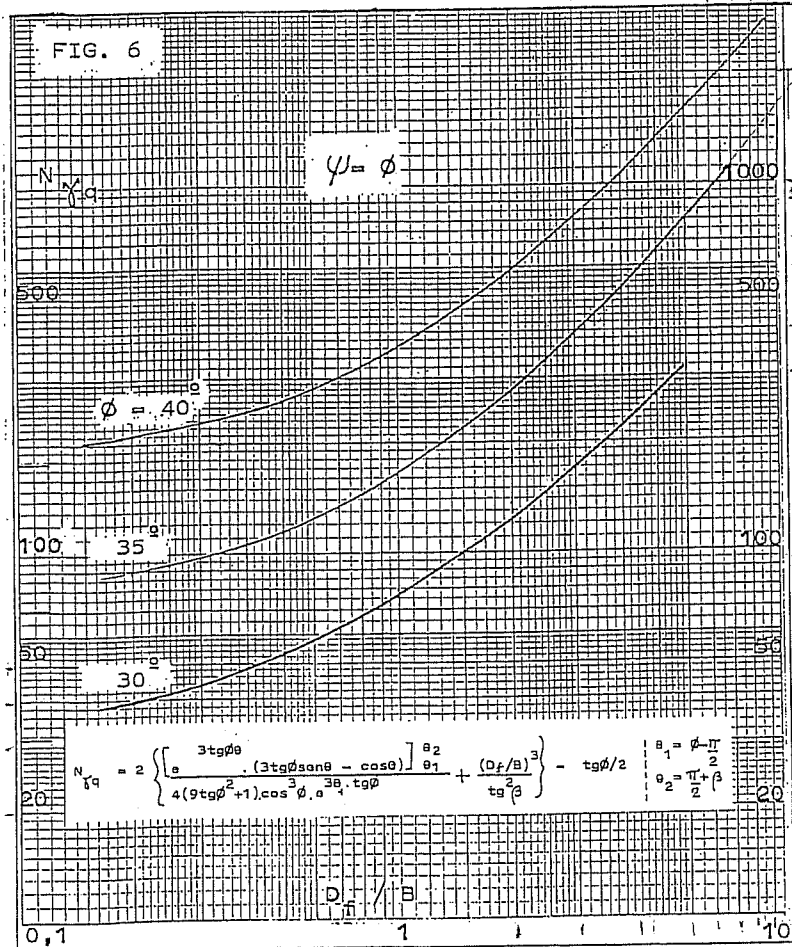
$$k_i = 1,5 \times 460 / 300 = 2,31 \text{ kg/cm}^3$$

$$P_R = 0,4 \gamma B N_{\gamma q} = 0,4 \times 0,9 \times 3 \times 92 =$$

$$= 10 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{2,5 \text{ cm}} ; P_{2,5} = \frac{2,31}{0,8 \times 2,31 + 1} = 3,9 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_{15 \text{ cm}} ; P_{15} = \frac{2,31}{0,8 \times 2,31 + \frac{1}{2,5}} = 9,2 \text{ kg/cm}^2$$



Para el caso del suelo sumergido, para una carga específica de $p = 2,2 \text{ kg/cm}^2$ el hundimiento resultaría $\delta = p/k_i (1 - d_R \cdot p/p_R) = 2,2(2,31(1 - 0,8 \times 2,2/10)) = 1,2 \text{ cm}$ que es la mitad del previsto empleando el procedimiento convencional.

CONCLUSIONES

- 1.- La presentación de los resultados obtenidos en la investigación llevada a cabo en la Universidad de Texas en una escala " $\log p/\delta - \log p$ " muestra una relación lineal (lo que indicaría una relación parabólica entre p y δ).
- 2.- Sin embargo, si se emplean las expresiones derivadas de suponer una relación lineal entre p/δ y p (lo que conduce a una relación hiperbólica entre p y δ), no se cometen errores gruesos en la estimación de hundimientos menores a un número del orden de 5 cm.
- 3.- La introducción del término $N_{\gamma q}$ para el cálculo de cimentaciones en materiales incoherentes, no mejora apreciablemente el apartamiento de las previsiones del cálculo de la "capacidad de carga de rotura" cuando se emplean las fórmulas ya conocidas, pero el reexamen permite reconsiderar las variables que intervienen en la predicción.
- 4.- Estas experiencias ratifican conclusiones previas acerca de que las estimaciones establecidas en base a las recomendaciones de Peck se encuentran del lado "muy seguro" en lo que se refiere a la predicción de las deformaciones.

NOTA: Las Figs. 1 - 2 y 3 están tomadas del Informe presentado por los Doctores JL BRIAUD & RM GIBBENS.

REFERENCIAS

- 1.- BRIAUD, J.L. - GIBBENS, R.M. (1994) "Predicted and Measured Behavior of Five Spread Footings On Sand" Geotechnical Special Publication Nº 41 ASCE
- 2.- NUÑEZ, E. (1996) Artículos colectados en los Boletines de la Sociedad Argentina de Mecánica de Suelos - 2' (1990) "Propiedades mecánicas de materiales granulares incoherentes" publicado en los Anal. Acad. Nac. Cs. Ex. Fis. Nat. Buenos Aires, tomo 46, 1994.-
- 3.- TERZAGHI, K (1943) Theoretical Soil Mechanics Wiley
- 4.- MEYERHOFF, G. (1951) "The Ultimate Bearing Capacity of Foundations" Geotechnique.
- 5.- HANSEN, Brinch (1961) "A General Formula for Bearing Capacity" Danish Geot. Inst. Bull. 11 - (1970) A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity" D.G.I. Bull. 28
- 6.- PECK, R.B.-HANSON, W.E.-THORNBURN, T.H. (1983) Ingeniería de Cimentaciones Ed. Limusa.