

ACCIONES LATERALES EN PILOTES

E. Núñez - Ingeniero Civil - Profesor UBA - UCA

Introducción

1.- Los pilotes son miembros estructurales asimilables a barras relativamente largas que transmiten las cargas de la superestructura a estratos más o menos profundos del suelo capaces de sustentarlas. Su respuesta más eficaz es a la acción de cargas axiales, pero en muchos casos resulta necesario evaluar su comportamiento bajo la acción de cargas horizontales y momentos. Para este caso la magnitud de las características M y Q determinan el diseño, aun - siempre es útil estimar el valor de los desplazamientos y rotaciones en correspondencia con su extremo superior, provocados por las acciones laterales actuantes.

Los métodos de cálculo siguen en general dos operatorias principales:

- ⌘ a) aplicar el concepto de que la reacción lateral del terreno (p ó q) en contacto con el pilote (1) mantiene una cierta relación con los desplazamientos (y) correspondientes - p/y - y utilizar las ecuaciones para el cálculo de las vigas sobre apoyos elásticos;
- ⌘ b) estimar las reacciones laterales como una fracción de la "reacción pasiva" - o "empuje pasivo" - , establecer una cierta distribución de las mismas, fijar una geometría de vínculos y proceder al cálculo de las características y de formaciones.

Aunque estos dos caminos parten de conceptos básicos contradictorios, un tratamiento consistente en cada caso permite obtener resultados comparables. El examen de las hipótesis establecidas y de los resultados obtenidos, posibilita al analista pesar la influencia de cada variable para la oportuna selección del entorno de valores de los parámetros de proyecto. La disponibilidad actual de computadoras y programas facilita la marcha del cálculo, los exámenes de sensibilidad y la presentación de los resultados para un cierto modelo empleado, pero en todos los casos es conveniente disponer de procedimientos relativamente simples de cálculo manual en donde el manejo de las variables se realiza en forma directa y los resultados aproximados enmarcan los límites del problema.

Aplicación del concepto de "módulo de balasto"

2.- La acción de una fuerza horizontal H_A o la de un momento M_A en la cabeza del pilote de ancho B produce un desplazamiento (y) y reacciones correspondientes (p) del terreno que lo embebe; el cociente $p/y = \chi \cdot E_s / B$ puede ser evaluado en función de las características del suelo y del pilote (2) .

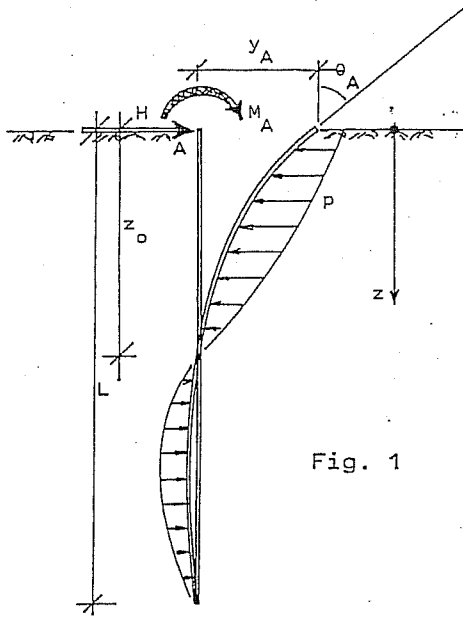


Fig. 1

Para suelos cohesivos compactos y duros puede considerarse una distribución k constante ($E_s = cte$) con la profundidad z. En cambio, para suelos normalmente consolidados o suelos incoherentes, k aumenta con la profundidad z ($E_s = f(z)$). Como los casos comunes de aplicación involucran valores relativamente reducidos de z en la zona de mayor influencia de p, una aproximación lineal es aceptable. El modelo de Winkler ha sido considerablemente desarrollado; con el objeto de facilitar el cálculo, y en particular para pilotes, las ecuaciones han sido resueltas y los resultados expresados mediante fórmulas sintéticas y gráficos adecuados. Para suelos con $E_s = cte$, z los resultados de los trabajos de Matlock & Reese (3) (M&R) se emplean universalmente; pa-

ra suelos con k_h constante ($E_s = CTE$) independiente de la profundidad, son de empleo extendido los resultados de los trabajos de Hetenyi y Davisson & Gill (D&G), (4) (5) (6). Cuando se considera un modelo linealmente elástico, la relación $k_h = p/y$ es independiente del nivel de esfuerzos p o del desplazamiento y. Establecidos los valores o funciones k_h , los desplazamientos del pilote varían linealmente con la magnitud de H o de M.

3.- Para el caso $E_s = cte \cdot z$, se puede escribir $k_h = n_h \cdot z/B$ siendo n_h la constante de la reacción horizontal del terreno, que es un valor característico para cada suelo en relación con un pilote de ancho $B = 1 \text{ ft} \cong 30\text{cm}$.

Se define un factor de flexibilidad relativa $T = (EJ/n_h)^{1/5}$ y un coeficiente de profundidad $Z = z/T$. Si L es la longitud del pilote y L/T es un número mayor de 4,5 a 5 el pilote se comporta como un elemento "flexible" respecto del suelo que lo embebe. EJ corresponden a las características mecánicas y geométricas del material y forma del pilote.

n_h (kg/cm³) Terzaghi (1.955)

arena	D_r		
	suelta	mediana	densa
seca o húmeda	0,22	0,67	1,8
sumergida	0,13	0,45	1,1

Si en la cabeza libre del pilote cuyo extremo superior es A actúa un M_A y una fuerza H al nivel $z = 0$, puede escribirse (M&R):
 Desplazamiento $y = A_y HT^3/EJ + B_y M_A T^2/EJ$ - Rotación $\theta = A_\theta HT^2/EJ + B_\theta M_A T/EJ$
 Momento $M = A_M HT + B_M M_A$ - Corte $Q = A_Q H + B_Q M_A/T$
 Reacción lineal del suelo $q = A_q H/T + B_q M_A/T^2$
 (la reacción lineal es $q = pB$ siendo p la presión reactiva del suelo)

En el cuadro adjunto se incluyen los valores de los coeficientes A y B presentados por M&R, Ref. (3).

Para anular la rotación $\theta_A = \theta_{Amax}$ en la cabeza de un pilote provocada por una fuerza H, debe actuar un momento M^+ tal que $M^+/HT = 1,623/1,75 = 0,93$; este es el caso de un pilote empotrado en un cabezal que no gira. Si se permite un cierto giro θ_A en el extremo superior A del pilote la magnitud $(1 - \theta_A/\theta_{Amax}) = \eta$ tiene el significado de un coeficiente de empotramiento. En este caso de rotación restringida,

$$y = A_y HT^3/EJ - B_y \eta 0,93 HT T^2/EJ = (A_y - 0,93 \eta B_y) \cdot HT^3/EJ = C_y \cdot HT^3/EJ$$

De igual manera pueden escribirse las siguientes expresiones para condiciones de giro limitado: $\theta_A = C_\theta HT^2/EJ$, siendo $C_\theta = A_\theta - 0,93 \eta B_\theta$; $M_A = C_M HT$, siendo $C_M = A_M - 0,93 \eta B_M$; $Q_A = C_Q H$ siendo $C_Q = A_Q - 0,93 \eta B_Q$; $q = C_q H/T$ siendo $C_q = A_q - 0,93 \eta B_q$. El cálculo se efectúa

introduciendo un valor n_h y verificando

posteriormente que resulten congruentes los valores respectivos de y/p ; los valores de p no pueden ser mayores que las reacciones correspondientes a la condición pasiva del suelo $p_h = n \cdot p_p = n \bar{\gamma} z K_p$; $n = 2$ ó 4 .-

A título ilustrativo y para indicar la marcha del cálculo se presentan los siguientes ejemplos:

Arena de mediana densidad relativa, $e = 0,7$; $\gamma_s = 2,65$; $\gamma'_d = 1,56$ Tn/m³; $\gamma'_{sat} = 1,97$ Tn/m³; $\gamma' = 0,97$ Tn/m³. Se considera un pilote $\phi = 0,5$ m; H₂A²; 10 m de largo; $E = 2,5 \times 10^6$ Tn/m²; $J = 3,07$ m⁴; $EJ = 7670$ Tnm². Actúa una fuerza H al nivel del terreno natural sobre la cabeza libre del pilote.

$M_{ad} = 10$ Tnm. Consideremos una primera situación con agua al nivel de la superficie del terreno. Entonces, aproximadamente $n_h = 450$ Tn/m³; $T = (7670/450)^{1/5} = 1,763$ m; $M_{max} = 0,78 HT$ $H_{ad} = M_{ad}/0,78 T = 10/0,78 \times 1,763 = 7,3$ Tn siendo el desplazamiento y rotación de la cabeza del pilote: $y_A = 2,435 HT^3/EJ = 2,435 \times 7,3 \times 1,763^3 / 7670 = 0,0126$ m; $\theta_A = 1,623 HT^2/EJ = 1,623 \times 7,3 \times 1,763^2 / 7670 = 4,78 \times 10^{-3}$. Si no existe capa freática y el suelo está húmedo, aproximadamente $n_h = 670$ Tn/m³; $T = (7670/670)^{0,2} = 1,628$ m; $H_{ad} = 10/0,78 \times 1,628$ $H_{ad} = 7,9$ Tn; $y_A = 2,435 \times 7,9 \times 1,628^3 / 7676 = 0,011$ m; $\theta_A = 4,43 \times 10^{-3}$.

PILOTES "LARGOS" $E_s = cte.z$ (M&R, 1961)

z	A _y	A _θ	A _H	A _Q	A _q
0.0	2.435	-1.623	0.000	1.000	0.000
0.1	2.273	-1.618	0.100	0.989	-0.227
0.2	2.112	-1.603	0.198	0.956	-0.422
0.3	1.952	-1.578	0.291	0.906	-0.586
0.4	1.796	-1.545	0.379	0.840	-0.718
0.5	1.644	-1.503	0.459	0.764	-0.822
0.6	1.496	-1.454	0.532	0.677	-0.897
0.7	1.353	-1.397	0.595	0.585	-0.947
0.8	1.216	-1.335	0.649	0.489	-0.973
0.9	1.086	-1.268	0.693	0.392	-0.977
1.0	0.962	-1.197	0.727	0.295	-0.962
1.2	0.738	-1.047	0.767	0.109	-0.885
1.4	0.564	-0.893	0.772	-0.056	-0.761
1.6	0.381	-0.741	0.746	-0.193	-0.609
1.8	0.247	-0.596	0.696	-0.298	-0.445
2.0	0.142	-0.464	0.628	-0.371	-0.283
3.0	-0.075	-0.040	0.225	-0.349	0.226
4.0	-0.050	0.052	0.000	-0.106	0.201
5.0	-0.009	0.025	-0.033	0.013	0.046

z	B _y	B _θ	B _H	B _Q	B _q
0.0	1.623	-1.750	1.000	0.000	0.000
0.1	1.453	-1.650	1.000	-0.007	-0.145
0.2	1.293	-1.550	0.999	-0.028	-0.259
0.3	1.143	-1.450	0.994	-0.058	-0.343
0.4	1.003	-1.351	0.987	-0.095	-0.401
0.5	0.873	-1.253	0.976	-0.137	-0.436
0.6	0.752	-1.156	0.960	-0.181	-0.451
0.7	0.642	-1.061	0.939	-0.226	-0.449
0.8	0.540	-0.968	0.914	-0.270	-0.432
0.9	0.448	-0.878	0.885	-0.312	-0.403
1.0	0.364	-0.792	0.852	-0.350	-0.364
1.2	0.223	-0.629	0.775	-0.414	-0.268
1.4	0.112	-0.482	0.688	-0.456	-0.157
1.6	0.029	-0.354	0.594	-0.477	-0.047
1.8	-0.030	-0.245	0.498	-0.476	0.054
2.0	-0.070	-0.155	0.404	-0.456	0.140
3.0	-0.089	0.057	0.059	-0.213	0.268
4.0	-0.028	0.049	-0.042	0.017	0.112
5.0	0.000	0.011	-0.026	0.029	-0.002

En general, empleando los valores de n_h de la tabla, $p_p > q/nB$ ($2 \leq n \leq 4$). Por otra parte, consideremos el pilote de H²A² empotrado en un cabezal que no gira. En este caso $\theta_A = 0$; $\eta = 1$; $C_M = 0 - 0,93 \times 1 \times 1 = -0,93$; $M_A = 0,93 \times 7,3 \times 1,763 = 12 \text{ Tnm}$ que es mayor que M_{ad} . Por lo tanto, $H_{ad} = M_{ad}/0,93T = 10/0,93 \times 1,763 = 6,1 \text{ Tn}$. Para que el pilote pueda admitir la carga $H = 7,3 \text{ Tn}$ es preciso reforzarlo. Si el cabezal gira, disminuye el momento en el empotramiento; el giro necesario para admitir la fuerza $H=7,3 \text{ Tn}$ resultaría: $\eta = 10/0,93 \times 7,3 \times 1,763 = 0,835$ $\theta_A = C_{\theta} HT^2/EJ = (1,623 - 0,93 \times 0,835 \times 1,75) \times 7,3 \times 1,763^2/7670 = 7,8 \times 10^{-4}$; o también $1 - \eta = \theta_A/\theta_{Amax}$ por lo que $\theta_A = (1 - 0,835) \times 4,78 \times 10^{-3} = 7,8 \times 10^{-4}$. El giro del cabezal descarga el momento en el empotramiento pero aumenta el momento en el fuste del pilote. Por ej., si se mantiene $H=7,3 \text{ Tn}$ y el cabezal gira el 50%, $\theta_A = 0,5 \theta_{Amax}$, el momento en el empotramiento es: $\eta = 1 - 0,5 = 0,5$; $M_A = C_M \cdot HT = (0 - 0,93 \times 0,5 \times 1) \times 7,3 \times 1,763 = 6 \text{ Tnm}$. En el fuste del pilote, y para aproximadamente $Z=1,6$, $M = (0,746 - 0,93 \times 0,5 \times 0,594) \times 7,3 \times 1,763 = 6 \text{ Tnm}$

4.- Para el caso que $E_s = \text{CTE}$ ($k_h = E_s/B = \text{constante}$), se pueden seguir dos caminos para efectuar los cálculos:

III a) Emplear las expresiones del párrafo 3.- con un "valor medio" de E_{sm} .

Si llamamos E_s el módulo correspondiente a la profundidad $z=z_0$ para la cual el desplazamiento $y=0$, $E_{sm} = \frac{1}{2} E_s$. Cuando actúa una fuerza H , para esta condición puede escribirse $k_h = n_h \cdot z/B = E_s/B$; $n_h \cdot z = E_s$. El valor equivalente n_h que permite emplear las expresiones de cálculo correspondientes a suelos incoherentes para el tratamiento de suelos cohesivos, resulta $n_h \cdot z_0 = E_s - 2E_{sm} = n_h \cdot z_{y=0} \cdot T$; $k_h \cdot B = E_{sm}$ por lo que

$2 k_h B = z_{y=0} \cdot (EJ)^{1/5} \cdot (n_h)^{4/5}$ Entonces, cuando actúa una fuerza H resulta

$$n_{hH} = (2k_h B/z_{y=0})^5 / (EJ)^{1/4}$$

De igual manera, puede escribirse $n_{hM} = (2k_h B/z_{y=0})^5 / (EJ)^{1/4}$

El valor k_h es el coeficiente de balasto horizontal del suelo cohesivo y

n_h el valor correspondiente para definir un valor "medio" E_{sm} .

III b) Definir el factor de flexibilidad relativa que para este caso se denominará

$R = (EJ / k_h B)^{1/4}$. El pilote tiene un comportamiento flexible cuando

$L/R \geq 3,5$. La operatoria de cálculo es igual a lo indicado en el párrafo anterior, sustituyendo en las expresiones correspondientes la flexibilidad

relativa T por R , y los coeficientes A y B por A' y B' . Para

$z = 0$: $A'_y = 2^{1/2}$; $A'_{\theta} = 1$; $A'_M = 0$; $A'_Q = 1$ $B'_y = 1$; $B'_{\theta} = 2^{1/2}$;

$B'_M = 1$; $B'_Q = 0$. El valor de p_h no debe superar el correspondiente al de la resistencia pasiva del terreno.

A título ilustrativo consideremos los siguientes ejemplos: el pilote de H²A² del párrafo 3.- pero ahora instalado en arcillas compactas $N = 12$. El pilote sobresale del terreno una longitud $l_0 = 2 \text{ m}$ en cuyo extremo superior libre actúa una carga $H_B = 4 \text{ Tn}$. Empleando una correlación disponible, por ej. la de T&P, $q_u (\text{Tn/m}^2) = 1,25 N = 1,25 \times 12 = 15 \text{ Tn/m}^2$. La correlación de Terzaghi permite es-

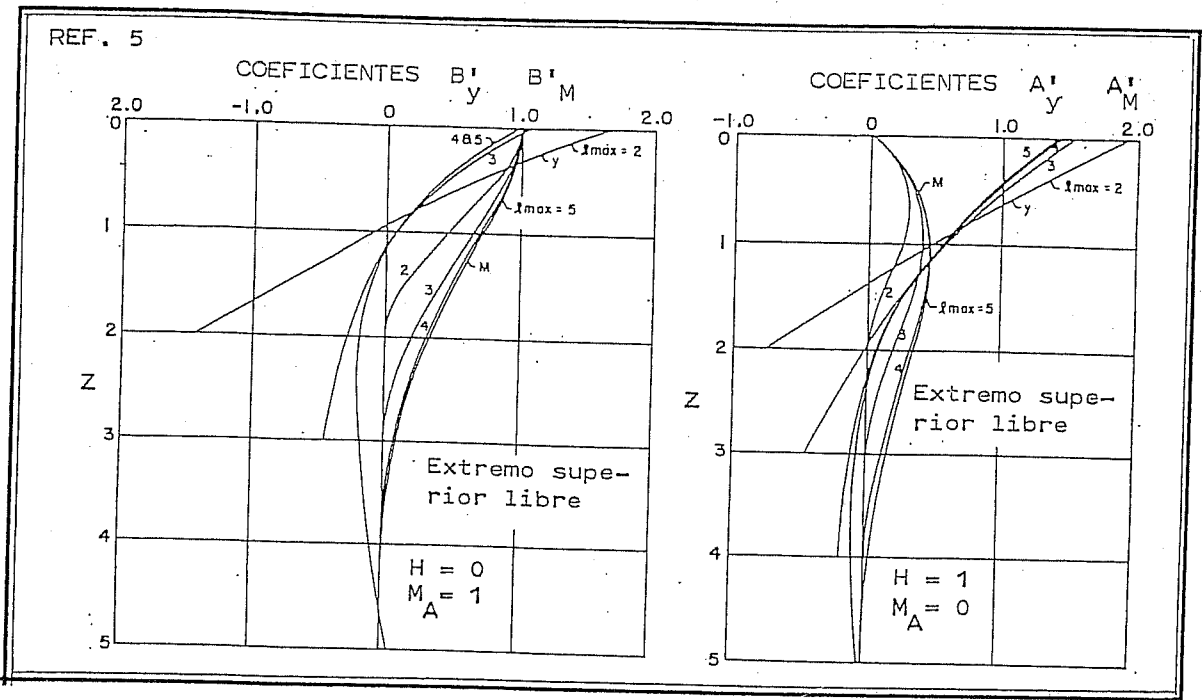


Fig. 2

cribir \bar{k}_1 (kg/cm³) = 1,6 q_u (kg/cm²) = 1,6x1,5 = 2,4 kg/cm³ Por lo cual $k_h = \bar{k}_1 / 1,5B(ft) = \bar{k}_1 / 1,5 B(cm)/30(cm) = 2,4 / 1,5(50/30) = 0,96$ kg/cm³

Si resolvemos según 4a) tenemos $n_{hH} = 187,7 Tn/m^3$ y $T_H = 2,1m$. También $n_{hM} = 312 Tn/m^3$ y $T_M = 1,9m$. Para $Z=1$, $M_{m\acute{a}x} = 0,727 \times 4 \times 2,1 + 0,852 \times 12,9 Tnm$ por lo que habrá que reforzar el pilote para incrementar el M_{ad} . La deformaciones serán $y_A = A_y HT^3/EJ + B_y M_A T^2/EJ = 0,018$ m ; $\theta_A = A_\theta HT^2/EJ + B_\theta M_A T/EJ = 7,2 \times 10^{-3}$.

Si consideramos un pilote metálico $\phi = 0,5m$, $t = 1/4"$ de acero $\sigma_{adm} = 1400$ kg/cm² también de 10 m de longitud con igual configuración, resulta $EJ = 6300 Tnm^2$. El M_{max} resulta aprox: 12,7 Tnm que es menor al valor admisible; las deformaciones resultan $y_A = 0,016m$; $\theta_A = 7,5 \times 10^{-3}$.

Si el problema se resuelve de acuerdo con 4b), empleando los gráficos de D&G, tenemos para el pilote de H²A² $R = (EJ)/k_h B)^{1/4} = 2m$ por lo que el $M_{max} = A'_M HR + B'_M M_A = 0,4 \times 4 \times 2 + 0,9 \times 8 = 10,4 Tnm$. Las deformaciones resultan $y_A = A'_y HR^3/EJ + B'_y M_A R^2/EJ = 0,01m$; $\theta_A = A'_\theta HR^2/EJ + B'_\theta M_A R/EJ = 5 \times 10^{-3}$

Para el pilote de acero $R = (6300/960 \times 0,5)^{0,25} = 1,9$ m, que es un valor similar al exterior por lo que el M_{max} , los desplazamientos y rotaciones en correspondencia con el punto A serán también similares.

Como se observa, la aplicación del procedimiento 4a) conduce a resultados más desfavorables que el 4b).

Aplicación del concepto "resistencia pasiva"

5.- Hay varios desarrollos para estudiar el comportamiento de los pilotes sometidos a acciones laterales (7) (8) . El autor presentó un procedimiento para la estimación aproximada de las reacciones laterales del suelo a partir del cual se

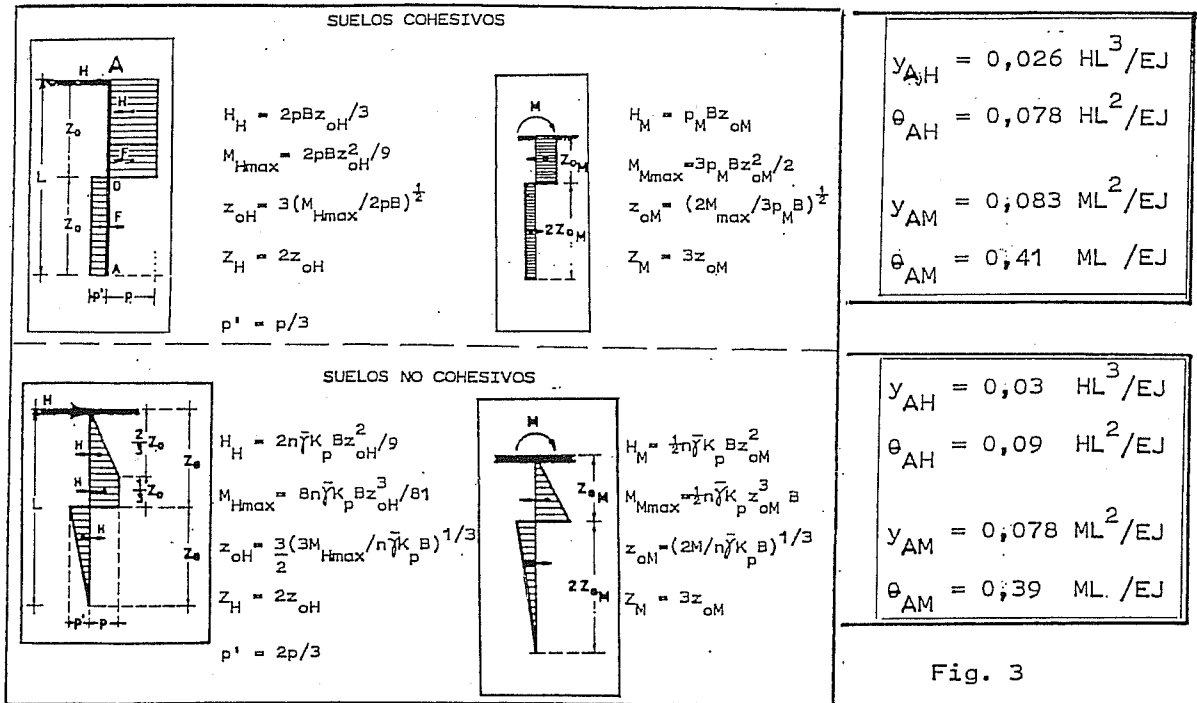


Fig. 3

pueden evaluar las respectivas magnitudes de las deformaciones. En el cuadro adjunto se presentan las expresiones correspondientes para efectuar los cálculos.

Para configurar el modelo se toma: p (Tn/m^2) = $(p_{rot})^{1/2}$ tomando p_{rot} también en Tn/m^2 ; $p_{rot} = 9c$ considerando el valor $c = \lambda c_u$ el que corresponde a las condiciones del suelo circundante luego de instalado el pilote; $(n\bar{\gamma}K_p)$ de cálculo igual a $(n\bar{\gamma}K_p)^{1/2}$ expresando $\bar{\gamma}$ en Tn/m^3 y $K_p = tg^2(45+\phi/2)$. En general se obtienen buenos resultados considerando $c = \frac{1}{2}$ ó $2/3 \cdot c_u$

A) Se resuelve el ej. del parágrafo 3.- para el pilote de H₂A^o. Arena mediana $\phi = 35^\circ$.
 ■ Arena sumergida $(n\bar{\gamma}K_p)^{1/2}B = (4 \times 0,97 \times 3,7)^{1/2} \times 0,5 = 1,9 Tn/m^2$;
 $L = (3 \times 10 / 1,9)^{1/3} \times 3 = 7,5m$; $M_{Hmax} = 2HL/9$; $H_{ad} = 9 \times 10 / 2 \times 7,5 = 6Tn$; $y_A = 0,026HL^3/EJ = 0,026 \times 6 \times 7,5^3 / 7670 = 8,6 \times 10^{-3} m$; $\theta_A = 3y_A/L = 3,4 \times 10^{-3}$.
 ■ Arena húmeda $(n\bar{\gamma}K_p)^{1/2}B = (4 \times 1,8 \times 3,7)^{1/2} \times 0,5 = 2,58 Tn/m^2$; $L = (3 \times 10 / 2,58)^{1/3} \times 3 = 6,8 m$; $H_{ad} = 9 \times 10 / 2 \times 6,8 = 6,6 Tn$; $y_A = 0,026 \times 6,6 \times 6,8^3 / 7670 = 7 \times 10^{-3} m$; $\theta_A = 3 \times 7 \times 10^{-3} / 6,8 = 3,1 \times 10^{-3}$ Los valores y_A, θ_A para H_{ad} :

B) Se resuelve el ej. anterior para el pilote de acero ($\sigma_{ad} = 1400kg/cm^2$; $\phi = 0,5m$; $M_{ad} = 16,8Tnm$; $L = 3 \times (3 \times 16,8 / 1,9)^{1/3} = 8,95m$; $H_{ad} = 9 \times 16,8 / 2 \times 8,95 = 8,5 Tn$;
 Para este valor, $y_A = 0,026 \times 8,5 \times 8,95^3 / 6300 = 0,025 m$; $\theta_A = 3 \times 0,025 / 8,95 = 8,4 \times 10^{-3}$.
 Para el caso de la arena húmeda: $L = 3 \times (3 \times 16,8 / 2,58)^{1/3} = 8,1m$; $H_{ad} = 9 \times 16,8 / 2 \times 8,1 = 9,3 Tn$. Para este valor, $y_A = 0,026 \times 9,3 \times 8,1^3 / 6300 = 0,02 m$;
 $\theta_A = 3 \times 0,02 / 8,1 = 7,6 \times 10^{-3}$.

El ej. 4.- se resuelve de la siguiente manera:

A) Pilote de H₂A² $H = 4 \text{ Tn}$, $l_0 = 2 \text{ m}$ $p = (9 \times 2/3 \times 7,5)^{\frac{1}{2}} = 6,7 \text{ Tn/m}^2$;
 $L = 2 \times 3 (10/2 \times 6,7 \times 0,5)^{\frac{1}{2}} = 7,3 \text{ m}$; $M_{\text{máx}} = HL/6 + 0,9Hl_0 = 4(7,3/6 + 0,9 \times 2) =$
 $= 12 \text{ Tnm}$; $y_A = 0,026 HL^3/EJ (1 + 3,2l_0/L) = 0,026 \times 4 \times 7,3^3/7670 (1 + 3,2 \times 2/7,3)$
 $y_A = 9,9 \times 10^{-3} \text{ m}$; $\theta_A = 3 \times 9,9/7,3 = 4,1 \times 10^{-3}$.
 B) Pilote de acero $L = 2 \times 3 \times (16,8/2 \times 6,7 \times 0,5)^{\frac{1}{2}} = 9,5 \text{ m}$; $M_{\text{máx}} = 4(9,5/6 + 1,8)$
 $M_{\text{máx}} = 13,5 \text{ Tnm}$; $y_A = 0,026 \times 4 \times 9,5^3/6300 \times (1 + 3,2 \times 2/9,5) = 0,023 \text{ m}$;
 $\theta_A = 3 \times 0,023 / 9,5 = 7,5 \times 10^{-3}$.

6.- Cuando el pilote libre vertical sobresale del terreno una longitud l_0 , y actúa una fuerza horizontal H_B en correspondencia con el extremo superior B ($H \cdot l_0 = M_A = M_0$) , podemos escribir, para arenas:

$$y_{A(H+M_0)} = A_y HT^3/EJ + B_y M_0 T^2/EJ \quad \theta_{A(H+M_0)} = A_\theta HT^2/EJ + B_\theta M_0 T/EJ$$

el desplazamiento en el extremo B producido por la fuerza H correspondiente a la barra de longitud l_0 empotrada en A $y_{BeH} = Hl_0^3/3EJ$ y también

$$\theta_{BH} = \theta_{A(H+M_0)} + Hl_0^2/2EJ .$$

Por otra parte, si en extremo B actúa un momento M , se puede escribir:

$$y_{AM} = B_y MT^2/EJ \quad \theta_{AM} = B_\theta MT/EJ \quad y_{BeM} = Ml_0^2/2EJ \quad \text{y también}$$

$$\theta_{BM} = \theta_{AM} + Ml_0/EJ .$$

Si el pilote está empotrado en un cabezal que no gira

$$\theta_{BH} = \theta_{BM} = A_\theta HT^2/EJ + B_\theta M_0 T/EJ + Hl_0^2/2EJ = B_\theta MT/EJ + Ml_0/EJ \quad M = \beta M_0$$

$$\beta = \left[\left(0,5 + B_\theta (T/l_0) + A_\theta (T/l_0)^2 \right) \right] / \left[B_\theta (T/l_0) + 1 \right] \quad Hl_0 = M_0$$

El desplazamiento horizontal en B debido a la fuerza H actuando en el extremo superior del pilote libre es

$$y_{BH} = A_y HT^3/EJ + B_y M_0 T^2/EJ + (A_\theta HT^2/EJ + B_\theta M_0 T/EJ)l_0 + Hl_0^3/3EJ$$

$$\text{Cuando actúa un momento M } y_{BM} = B_y MT^2/EJ + B_\theta MT/EJ \cdot l_0 + Ml_0^2/2EJ$$

$$\text{Si el pilote está empotrado en un cabezal que no gira } y_B = y_{BH} - y_{BM}$$

De igual manera puede procederse para suelos cohesivos. De acuerdo con los diferentes procedimientos, puede sustituirse T por R ó L introduciendo los respectivos coeficientes.

7.- En realidad, ni k_h ni n_h son independientes del nivel de movilización de la resistencia del suelo que embebe al pilote (p/p_R) o del desplazamiento lateral (y) . Pueden desarrollarse las siguientes expresiones:

$$\text{ARCILLAS COMPACTAS saturadas } k_h = \frac{E}{B} = \frac{E_i}{B} (1 - d_R \cdot p/p_R) = k_{hi} (1 - d_R \cdot p/p_R) =$$

$$= k_{hi} / (1 + k_{hi} \cdot d_R/p_R \cdot y) ; \text{ también } y = p / k_{hi} (1 - d_R \cdot p/p_R) ; y_R = \frac{p_R}{k_{hi} (1 - d_R)}$$

El valor de E_{ui} puede expresarse en función de q_u , $E_{ui} = F \cdot q_u$

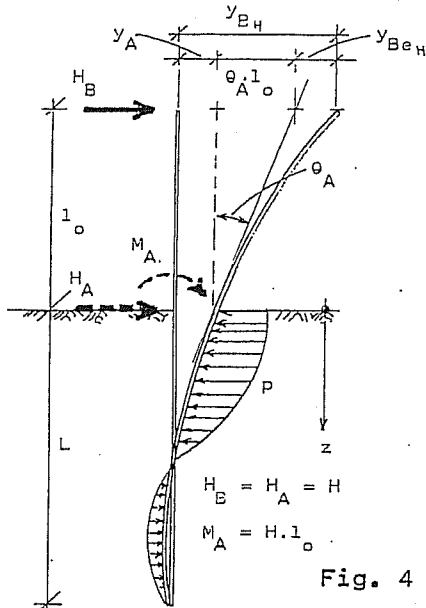
En pilotes puede considerarse aproximadamente $p_R = 2/3 \cdot (9c) = 3q_u$ por lo que

$$k_h = F \cdot q_u / (B + \frac{F \cdot d_R}{3} \cdot y) ; k_{hR} = \frac{F \cdot q_u}{B} (1 - d_R) ; y_R = \left[\frac{3}{F(1 - d_R)} \right] \cdot B$$

ARENAS y Arcillas blandas normalmente consolidadas

$$k_h = n_h \cdot \frac{z}{B} = \frac{n_{hi} \frac{z}{B}}{1 + n_{hi} \frac{z}{B} \cdot \frac{d_R}{p_R} \cdot y} ; \quad n_{hi} = C \bar{\gamma} / 1,35$$

$$n_h = \frac{C \cdot \bar{\gamma}}{1,35 + \frac{C \cdot d_R}{n K_p B} \cdot y} ; \quad n_{hR} = \frac{C \bar{\gamma}}{1,35} (1 - d_R) ; \quad y_R = \frac{1,35 n K_p \cdot B}{C (1 - d_R)}$$



Consideremos un pilote de H9A2 de 1 m de diámetro instalado en el lecho de un río; la longitud l_0 emergente desde la cota de socavación estimada es 10 m. El hormigón del pilote es de calidad $\sigma'_{bk} = 210 \text{ kg/cm}^2$; Está armado con $32\phi 25\text{mm}$ Acero III. Las cargas axiales máxima y mínima son 450 y 200 Tn respectivamente. En correspondencia con la cabeza del pilote actúa una carga horizontal H_B . En una primera etapa consideremos que el pilote está libre y embebido en distintos tipos de suelos. Para cada caso, y en función del M_{ad} del pilote, se determinará la fuerza H_{ad} y los desplazamientos y rotaciones correspondientes. $EJ = 125000 \text{ Tm}^2$.

A) Arcilla compacta $N = 30 \text{ kg/cm}^2$ $q_u (\text{kg/cm}^2) = 1/7 \text{ a } 1/8 \text{ N} = 4 \text{ kg/cm}^2$
 $p_R = 2/3 \times 9c = 3q_u = 12 \text{ kg/cm}^2$. Para esta arcilla muy compacta a dura, se ha encontrado que $E_{ui} = 300 q_u \pm 30\%$ y $d_R = 0,9$. $E_{ui \text{ calculo}} = 0,7 \times 300 \times q_u = 210 \times 40 = 8400 \text{ Tn/m}^2$; $F_{cal} = 210$; $F_{cal} \cdot d_R / 3 = 210 \times 0,9 / 3 = 63$ por lo que $k_h = 8400 / 1\text{m} + 63 y_A (\text{Tn/m}^3)$. Con esta expresión, y para valores crecientes de y_A , se calculan los correspondientes valores de k_h . Asimismo los de R aplicando la expresión $R = (EJ/k_h B)^{1/4}$ lo que permite establecer los respectivos valores de $H = EJ \cdot y_A / (1,41 + l_0/R) \cdot R^3$; $M_{\text{máx}} = H(A'R + B'l_0) / M_{\text{máx}}$;
 $\theta'_A = A'_A HR^2/EJ + B'_\theta H l_0 R/EJ = HR^2/EJ \cdot (1 + 1,41 l_0/R)$; $y_{BeH} = H l_0^3 / 3EJ$. Los respectivos valores se muestran en la Fig. 5, en donde se observa que para el M_{ad} del pilote puede actuar una carga $H \approx 19 \text{ Tn}$ que produce un desplazamiento $y_B \approx 12 \text{ cm}$.

B) Arenas medianamente densas, sumergidas $N = 30$; $D_r = 100 \times 30 / (23 + 0,716 \times 30) = 68\%$; $\bar{\gamma} = 0,86 \text{ Tn/m}^3$; $\phi = 35^\circ$; $n K_p = 3,5 \times 3,7 = 13$; $d_R = 0,9$;
 $C = [30 / (0,5 + 0,015 \times 30)]^2 = 1000$ por lo que $n_h = 1000 \times 0,86 / (1,35 + 1000 \times 0,9 y_A / 13)$
 $n_h (\text{Tn/m}^3) = 640 / 1 + 51 y_A (\text{m})$; $y_R = 1,35 \times 3,5 \times 3,7 / 1000 \times 0,1 = 0,175 B$ Determinados los valores de n_h , se calculan los correspondientes de $T = (EJ/n_h)^{1/5}$;
 $H = EJ \cdot y_A / [2,435(1 + l_0/1,5T)] \cdot T^3$; $M_{\text{máx}} \approx H(0,53T + 9,6)$; $y_{BeH} = H l_0^3 / 3EJ$;
 $\theta_A = (1,623 HT^2/EJ)(1 + l_0/0,93T)$. Los respectivos valores se muestran en la Fig. 5 en donde se observa que para el M_{ad} del pilote puede actuar una carga $H \approx 13 \text{ Tn}$

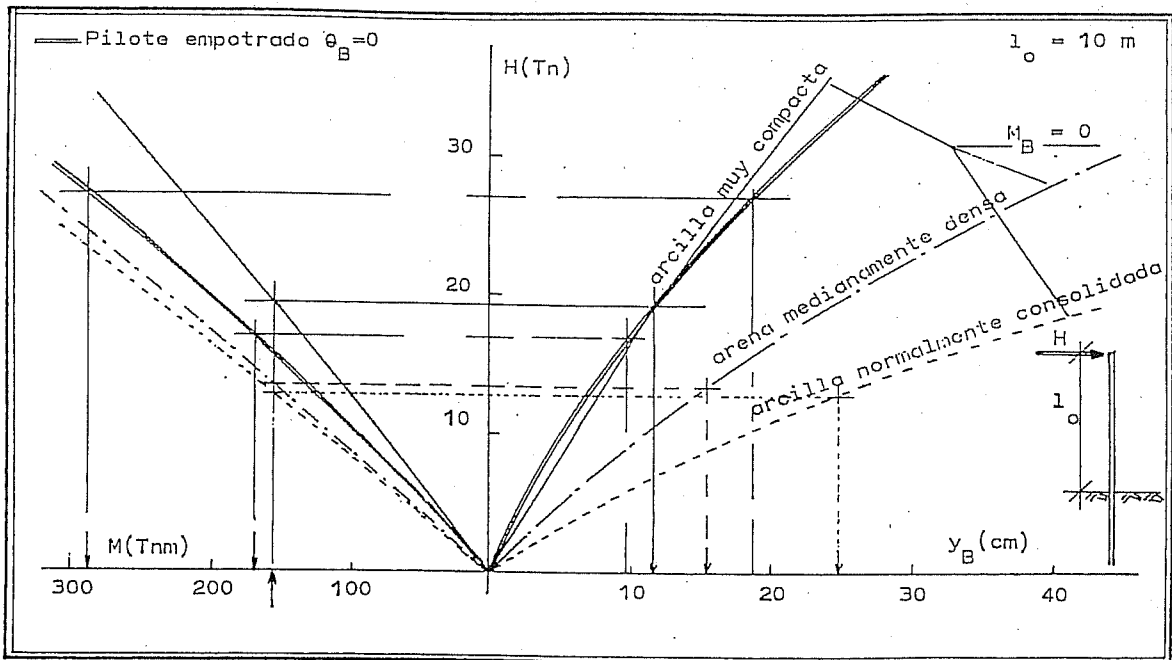


Fig. 5

que produce un desplazamiento $y_B \cong 15 \text{ a } 16 \text{ cm}$

C) Arcilla N.C. $\omega_{nat} \cong \omega_{LL} \cong 50$; $\bar{\gamma} = 0,72 \text{ Tn/m}^3$ Para estimar el valor de n_{hi} efectuamos las siguientes aproximaciones: a) $c_u/\bar{p}_v = 0,25$; para $z=10\text{m}$, $\bar{p}_v = 7,2\text{Tn/m}^2$; $c_u = 1,8 \text{ Tn/m}^2$; $q_u = 3,6 \text{ Tn/m}^2$; $k_h = 1,6 \times 0,36/1,5 = 0,384 \text{ kg/cm}^3$; $n_h = 0,384 \times 1/10 = 0,0384 \text{ kg/cm}^3$; $n_{hi} \cong 2,5 \times 0,0384 = 0,096$ y adoptando en este caso $n_{hi} = C\bar{\gamma} = 96 \text{ Tn/m}^3$ resulta $C \cong 96/0,72 \cong 135$; b) $C = 2000/(\omega_L - 10) = 2000/40 = 50$ (en efecto, para un ángulo $\phi' = 25^\circ$, $N_\phi = 2,5$ por lo que $q_u = (2,5 - 1) \times 1 = 1,5 \text{ kg/cm}^2$ $E_i = 67 \times 1,5/2 = 50$) ; En condiciones no drenadas se considerará $C = 2,5 \times 50 \cong 125$; Para este caso que se está considerando, $d_R = 0,8$ y $nK_p = 2 \times 2,5 = 5$; para C se tomará un valor de 125 para la condición inicial no drenada. Entonces $n_h = C\bar{\gamma} / \{1 + (Cd_R y_A / nK_p B)\} = 125 \times 0,72 / \{1 + (125 \times 0,8 / 2 \times 2,5 \times 1) y_A\} = 90 / \{1 + 20 y_A\}$ expresado en Tn/m^3 . $y_R = (2 \times 2,5 / 125 \times 0,2) B = 0,20 B$; $M_{max} \cong (0,7T + 0,91) H$; $\theta_A = 1,623HT^2 / (EJ(1 + l_0/0,93T))$ (Obsérvese que para el cálculo de M_{max} se han tomado otros valores que en el caso B), siendo la diferencia muy pequeña). Los respectivos valores se muestran en la Fig. 5, en donde se observa que para el M_{ad} del pilote puede actuar una carga H del orden de las 12 á 13 Tn que produce un desplazamiento $y_B \cong 25 \text{ cm}$.

Las estimaciones anteriores corresponden a cargas de corta duración en el caso de suelos arcillosos; para el caso de las arcillas muy compactas a duras, las deformaciones a largo plazo no se incrementarán sustancialmente, pero sí en el caso de las arcillas blandas. Para el caso de las arenas, los valores estimados corresponden a condiciones drenadas, o sea para cargas de relativamente larga permanencia. Supongamos ahora que el pilote está empotrado en un cabezal que no gira, o sea $\theta_B = 0$. Consideremos el pilote embebido en las arcillas blandas. El momento M_B necesario para anular θ_B es $M = Hl_0 \cdot \beta = Hl_0 \cdot \frac{0,5 + 1,75(T/l_0) + 1,623(T/l_0)^2}{1,75(T/l_0) + 1}$ y el valor de $y_B = y_{BH} - y_{BM}$. En la Fig. 5 se muestran los resultados obtenidos: para no sobrepasar el M_{ad} , H resulta del orden de 15 á 16 Tn y el desplazamiento $y_B \cong 9 \text{ cm}$. Para esta carga, el pilote libre se desplaza $y_B \cong 32 \text{ cm}$. Por otra parte, consideremos para este mismo caso el comportamiento de un pilote

de acero con una tensión de fluencia de 48000 psi y con un EJ igual al del pilote de H⁹A². El espesor de la pared resulta aprox. $t = 1,6$ cm. El pilote con el acero solicitado aprox. al 70% del valor de fluencia, es capaz de soportar una carga $H = 17$ Tn con un desplazamiento $y_B = 10$ cm; para tensiones aprox. igual al valor de fluencia, $H \approx 27$ Tn y $y_B \approx 19$ cm. Lo anterior, como se ha dicho, corresponde a cargas de corta duración y con el pilote empotrado en un cabezal que no gira.

8.- La predicción del comportamiento de pilotes verticales sometidos a la acción de cargas laterales o momentos resulta relativamente simple de estimar desde el punto de vista de un cálculo formal. Cuando se emplean procedimientos numéricos, se introducen resortes laterales cuyos valores de K pueden considerarse en función de las características no lineales $p - y$ del suelo que embebe al pilote. Pero aún teniendo en cuenta esta relación no lineal entre los desplazamientos laterales del pilote y la reacción del suelo, debe también considerarse el efecto del tiempo de duración de las cargas; esto último, con características muy significativas en el caso de arcillas blandas N.C. La relación lineal entre k_h y p (o entre E_s y p) facilita los cálculos. Sin embargo, el análisis de los resultados de ensayos de carga efectuados sobre pilotes todo lo idénticos que pueden resultar en la práctica, muestran desvíos considerables entre los valores calculados y los realmente medidos. Esto obliga a ser cautelosos en el diseño de estructuras reales de fundación constituidas con pilotes.

REFERENCIAS (1) Terzaghi, K. "Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction" Geotechnique, vol 5, N^o 4, 1955 - (2) Núñez, E. "Módulo de reacción del terreno o Coeficiente de Balasto", Boletín 30, SAMS, 1996 - (3) Matlock, H. & Reese, L.C. "Foundation Analysis of Offshore Pile Supported Structures", V ICSMFE, París, 1961 - (4) Hetenyi, M. "Beams on Elastic Foundation", Univ.Mich.Press, 1946 - (5) Davisson, M.T. & Gill, H.L. "Laterally Loaded Piles in a Layered Soil System" Journal SMFD, May 1963, SM3 - (6) Poulos, H.G. & Davis, E.H. "Pile Foundation Analysis and Design", John Wiley and Sons, 1980 - (7) Broms, B.B. "Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils" Journal SMFD, 1964, SM2 - "Lateral Resistance of Piles in Cohesionless Soils", JSMFD, 1964, SM3 - (8) Núñez, E. "Pilotes verticales sometidos a cargas horizontales", 3a. RAMSIF, B.Blanca, 1972.-

NOTA La evaluación del módulo de deformación del suelo es de importancia para estimar la interacción suelo-estructura. La hipótesis de considerar un valor constante con la profundidad cuando se trata de arcillas compactas a duras con un grado de saturación relativamente alto constituye una buena aproximación. Para el caso de las arenas, suponer que E aumenta linealmente con la profundidad, no condiciona el análisis formal a un apartamiento demasiado importante siempre que no se consideren pilotes relativamente pequeños embebidos en arenas muy densas. En efecto, la expresión $E_i = C (\sqrt{c/p_a})^n \cdot p_a$ muestra que la distribu -

ción de E_i con la profundidad se aparta considerablemente de la hipótesis lineal cuando se trata de arenas muy densas; la parte más significativa de la reacción del suelo se produce para valores de z entre 0 y $1\frac{1}{2}$ á $2\frac{1}{2}$ del valor de T . La Fig. A muestra claramente la influencia de la profundidad y los valores de E_i . En la Fig. B se han incluidos los gráficos preconizados por Terzaghi & Peck para ensayos de carga en arenas; se observa que la aproximación lineal entre k y p es aceptable. La aplicación de la ecuación no lineal de E_i para valores de confinamiento debajo de 1

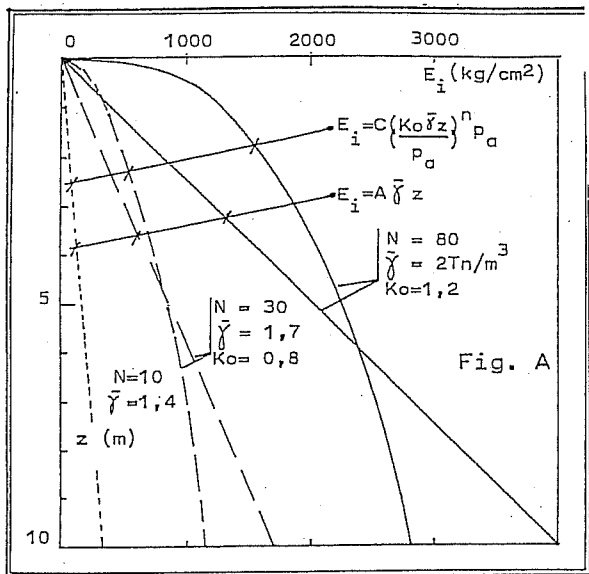


Fig. A

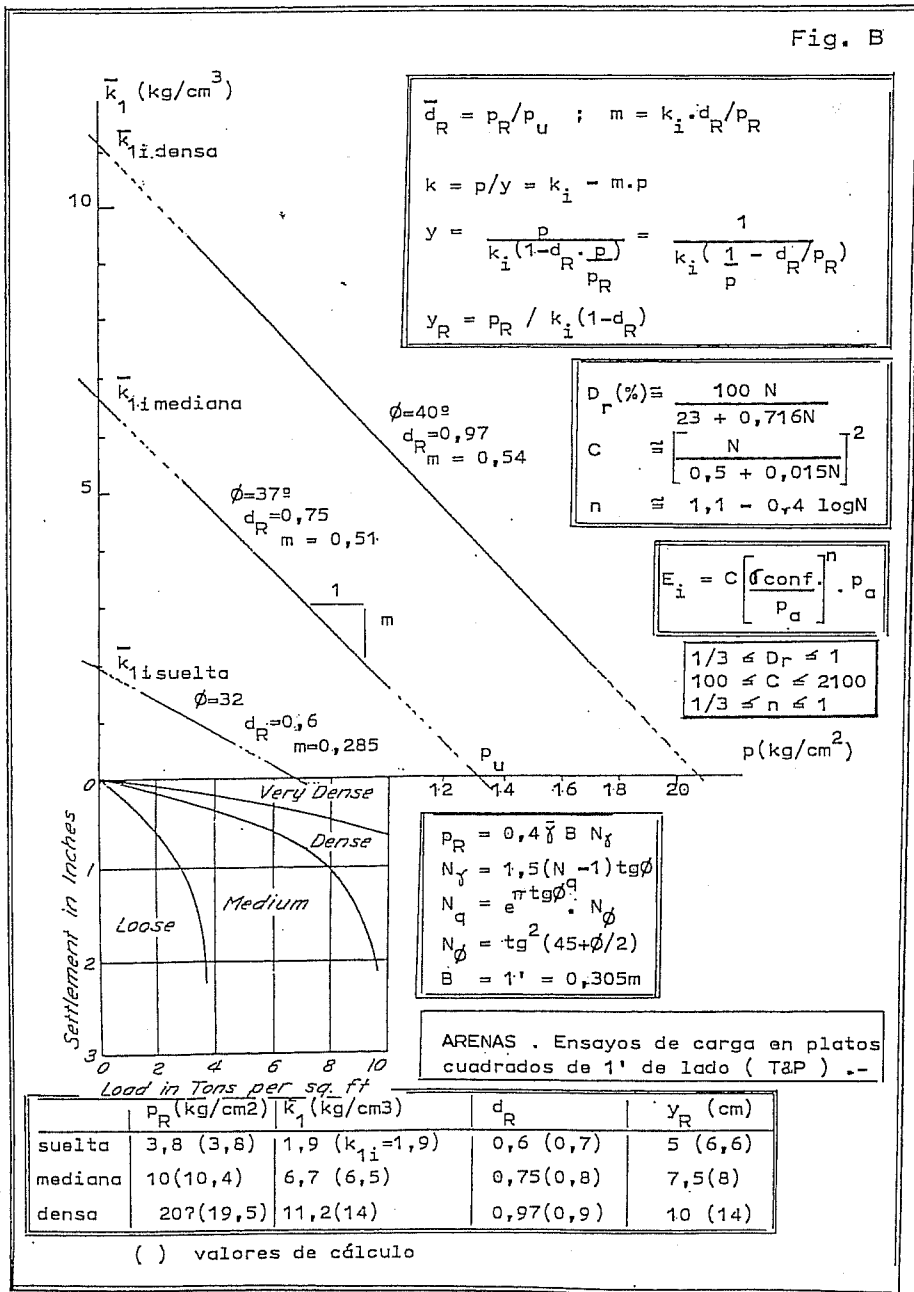


Fig. B

kg/cm² permite obtener los altos valores de E_i que explican los altos valores de \bar{k}_1 que son imposibles de justificar cuando se introducen los valores de E derivados de la expresión $E=A\bar{\gamma}z$ (a.suelta, $A=100$; a.densa, $A=2000$ Ref. 1) Para los cálculos de la Fig.B se han supuesto valores probables de ϕ y $\bar{\gamma}$. El valor de C se lo puede considerar teniendo en cuenta la probable presión horizontal $K_0 \bar{\gamma} z$ o el valor probable de la presión media $\frac{(1+2K_0)}{3} \cdot \bar{\gamma} z$ o el valor medio de ambos.